CONSEIL SUPÉRIEUR DES PROGRAMMES

Mathématiques

Classe terminale, enseignement commun, séries ST2S, STD2A, STHR, STI2D, STL, STMG et S2TMD, voie technologique

Juin 2019

Sommaire

Préambule

Intentions majeures

Le programme de mathématiques commun à tous les élèves des classes terminales de la voie technologique est conçu avec les intentions suivantes :

- permettre à chaque élève de consolider et d'élargir ses connaissances et compétences mathématiques afin de poursuivre l'acquisition d'une culture mathématique nécessaire pour évoluer dans un environnement numérique où les données et les graphiques sont omniprésents ;
- développer une image positive des mathématiques et permettre à chaque élève de faire l'expérience personnelle des démarches qui leur sont propres afin d'en appréhender la pertinence et l'efficacité ;
- assurer les bases mathématiques nécessaires aux autres disciplines enseignées et développer des aptitudes intellectuelles indispensables à la réussite d'études supérieures ; pour cela, les notions figurant au programme ont été retenues soit parce qu'elles offrent des occasions de convoquer le raisonnement et d'accéder à l'abstraction, soit parce que leur bonne utilisation à un niveau supérieur sera facilitée par une présentation anticipée dès la classe terminale ;
- prendre en compte les spécificités des séries tertiaires, industrielles et artistiques et leurs finalités différentes.

Lignes directrices pour l'enseignement

Attitudes développées

L'enseignement des mathématiques participe à la formation générale des élèves en contribuant au développement d'attitudes propices à la poursuite d'études. Parmi elles, peuvent notamment être mentionnés : la persévérance dans la recherche d'une solution, l'esprit critique, l'engagement réfléchi dans un débat, le souci d'argumenter sa pensée par un raisonnement logique, la qualité d'expression écrite et orale, l'esprit de collaboration dans un travail d'équipe.

Développées par la résolution d'exercices et de problèmes, individuellement ou en groupe, mais aussi par l'organisation de réflexions et d'échanges scientifiques, ces attitudes seront particulièrement utiles pour l'épreuve orale terminale du baccalauréat et, au-delà, pour la formation individuelle dans ses dimensions personnelle, professionnelle et civique.

Développement des six compétences mathématiques et de l'aptitude à l'abstraction

L'activité mathématique contribue à développer les six compétences mentionnées ci-dessous :

- **chercher**, expérimenter, émettre des conjectures ;
- **modéliser**, réaliser des simulations numériques d'un modèle, valider ou invalider un modèle ;
- **représenter**, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique ...), changer de registre (algébrique, graphique …) ;
- **raisonner**, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- **calculer**, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes ;
- **communiquer** un résultat par oral ou par écrit, expliquer une démarche.

Ces compétences sont plus ou moins mobilisées selon les activités proposées aux élèves et il convient de diversifier les situations afin de les développer toutes. Au-delà de ces compétences disciplinaires, l'enseignement des mathématiques contribue à développer des aptitudes transversales, notamment l'abstraction, qui sont essentielles pour la poursuite d'études supérieures.

Diversité de l'activité mathématique

La mise en œuvre du programme permet aux élèves d'acquérir des connaissances, des méthodes et des démarches spécifiques. En lien avec les contenus étudiés, elles sont mobilisées et articulées les unes aux autres dans des activités riches et variées où le sens des concepts et les techniques liées à leur application sont régulièrement mis en relation, chacun venant éclairer et consolider l'autre. La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) que les types de tâches proposées : « questions flash » pour favoriser l'acquisition d'automatismes, exercices d'application et d'entraînement pour stabiliser et consolider les connaissances, exercices et problèmes favorisant les prises d'initiatives, débats à l'oral et mises au point collectives d'une solution, productions d'écrits individuels ou collectifs …

Les modalités d'évaluation prennent également des formes variées, en adéquation avec les objectifs poursuivis. L'aptitude à mobiliser l'outil informatique dans le cadre de la résolution de problèmes doit tout particulièrement être évaluée.

Le passage à l'abstraction mathématique peut présenter des difficultés pour certains élèves. Il importe donc de veiller au caractère progressif et actif des apprentissages. Les nouveaux concepts gagnent à être introduits par un questionnement ou un problème qui conduit à des conjectures et donne sens à leur formalisation abstraite. Le recours à des logiciels de calcul, de géométrie dynamique ou la pratique de la programmation facilitent cette approche inductive. Pour assurer la stabilité et la pérennité des apprentissages, les concepts sont ensuite mis en œuvre dans des exercices et des problèmes qui permettent de les consolider et d'en montrer la portée.

Au-delà du cours de mathématiques, l'élève consolide sa compréhension des notions enseignées en les mobilisant dans des situations issues des autres disciplines de sa filière. Le professeur de mathématiques est invité à travailler avec les professeurs des disciplines concernées pour identifier des situations propices à la contextualisation de son enseignement et pour harmoniser les notations et le vocabulaire. Cela favorise les articulations, facilite les transferts et renforce ainsi les acquis des élèves.

Le professeur veille à montrer que les mathématiques sont vivantes et en perpétuelle évolution, qu'elles s'inscrivent dans un cadre historique mais aussi dans la société actuelle. Il s'agit par exemple :

- d'insérer des éléments d'histoire des mathématiques, des sciences et des techniques, en classe de mathématiques ;
- de présenter des faits d'actualité liés aux mathématiques (médaille Fields, évocation de mathématiciennes et mathématiciens contemporains, présentation vulgarisée de découvertes importantes …) ;
- de faire connaître des métiers et des études supérieures où les mathématiques sont utilisées, en veillant à déconstruire les stéréotypes de genre.

Activités algorithmiques et numériques

Le développement d'un mode de pensée numérique est aujourd'hui constitutif de la formation mathématique. Il ne s'agit plus seulement d'utiliser des outils numériques (calculatrices, logiciels de géométrie …) pour l'enseignement mais d'intégrer à l'enseignement des mathématiques une composante informatique qui recouvre l'algorithmique, la programmation et la pratique du tableur.

Cette dimension s'inscrit de manière transversale dans le cours de mathématiques et repose sur la connaissance d'un nombre limité d'éléments de syntaxe et de fonctions spécifiques à l'outil utilisé (langage Python, tableur). Cela suppose, d'une part, un enseignement explicite par le professeur, d'autre part, une pratique effective et régulière des élèves.

Tout au long du cycle terminal, les élèves sont amenés à :

- écrire une fonction simple en langage Python ;
- interpréter un algorithme donné ;
- compléter, améliorer ou corriger un programme informatique ;
- traduire un algorithme en langage naturel ou en langage Python ;
- décomposer un programme en fonctions ;
- organiser une feuille de calcul.

Parallèlement, l'utilisation de logiciels pédagogiques, notamment ceux de géométrie dynamique, enrichit le cours de mathématiques d'illustrations ou de simulations propices à l'appropriation des concepts.

Résolution de problèmes et automatismes

La résolution de problèmes est centrale dans l'activité mathématique car elle offre un cadre privilégié pour travailler, mobiliser et combiner les six compétences mathématiques tout en développant des aptitudes transversales. Toutefois, pour résoudre des problèmes, il faut être en capacité de prendre des initiatives, d’imaginer des pistes de solution et de s’y engager sans s’égarer. Pour cela, on procède souvent par analogie, en rattachant une situation particulière à une classe plus générale de problèmes ou en adaptant une méthode connue à la situation étudiée. La disponibilité d'esprit nécessaire à ces étapes essentielles suppose des connaissances, des procédures et des stratégies immédiatement mobilisables, c’est-à-dire automatisées. L’acquisition de ces automatismes est favorisée par la mise en place, dans la durée et sous la conduite du professeur, d’activités rituelles. Il ne s’agit pas de réduire les mathématiques à des activités répétitives, mais de permettre un ancrage solide des fondamentaux, afin de pouvoir les mobiliser en situation de résolution de problèmes.

Parallèlement à l’ancrage de notions incontournables, les activités visant l’acquisition d’automatismes fournissent des conditions de réussite rapide et mettent l’élève en confiance pour s’engager dans la résolution de problèmes.

Place de l’oral

Les étapes de verbalisation et de reformulation jouent un rôle majeur dans l’appropriation des notions mathématiques et la résolution de problèmes. Comme toutes les disciplines, les mathématiques contribuent au développement des compétences langagières orales à travers notamment le débat et la pratique de l’argumentation. Le débat suppose des capacités d’écoute et d’adaptation de son propre discours aux arguments de ses interlocuteurs. L’argumentation orale conduit à préciser sa pensée et à expliciter son raisonnement de manière à convaincre. Le débat et la pratique de l’argumentation permettent à chacun de faire évoluer sa pensée, jusqu’à la remettre en cause si nécessaire, pour accéder progressivement à la vérité par la preuve. Des situations variées se prêtent à la pratique de l’oral en mathématiques : la reformulation par l’élève d’un énoncé ou d’une démarche, les échanges interactifs lors de la construction du cours, les mises en commun après un temps de recherche, les corrections d’exercices, les travaux de groupe, les exposés individuels ou à plusieurs ... L’oral mathématique mobilise à la fois le langage naturel et le langage symbolique dans ses différents registres (graphiques, formules, calculs). Composante importante de l’enseignement des mathématiques, l’oral révèle et développe des compétences complémentaires de celles mobilisées à l’écrit, et favorise la socialisation des élèves.

Trace écrite

Disposer d’une trace de cours claire, explicite et structurée est une aide essentielle à l’apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, d’appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée ou de débats, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les méthodes et les stratégies étudiées en classe. Explicitant les liens entre les différentes notions ainsi que leurs objectifs, éventuellement enrichie par des exemples ou des schémas, elle constitue pour l’élève une véritable référence vers laquelle il peut se tourner autant que de besoin, tout au long du cycle terminal. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d’exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mémorisation et le développement de compétences. Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique et rédactionnelle) des traces écrites figurant au tableau et dans les cahiers d’élèves. En particulier, il est essentiel de bien distinguer le statut des énoncés (conjecture, définition, propriété - admise ou démontrée -, démonstration, théorème).

Travail personnel des élèves

Si la classe est le lieu privilégié pour la mise en activité mathématique des élèves, les travaux hors du temps scolaire sont indispensables pour consolider les apprentissages. Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, ces travaux sont essentiels à la formation des élèves. Individuels ou en groupe, évalués à l’écrit ou à l’oral, ces travaux sont conçus de façon à prendre en compte la diversité des aptitudes des élèves et visent la mémorisation, la maîtrise des savoir-faire, le réinvestissement de démarches ou méthodes.

Cohérence entre l’enseignement de tronc commun et l’enseignement de spécialité de physique-chimie et mathématiques en séries STI2D et STL

L’enseignement commun de mathématiques est complété, pour les élèves des séries STI2D et STL, par un enseignement de spécialité de physique-chimie et mathématiques. Il convient pour le professeur de mathématiques d’inscrire ces deux composantes de la formation en cohérence et en résonance afin de bien préparer les élèves aux démarches mathématiques indispensables à la poursuite et à la réussite d’études scientifiques et technologiques. Cela recouvre aussi bien le choix des supports pour la contextualisation des mathématiques ou pour la modélisation du réel que la pratique de raisonnements faisant appel à l'abstraction. Une étroite collaboration s’impose avec le professeur de physique-chimie.

Organisation du programme

Le programme est organisé en trois parties transversales (vocabulaire ensembliste et logique ; algorithmique et programmation ; automatismes) et en deux parties thématiques :

- « Analyse » pour étudier ou modéliser des évolutions ;
- « Statistique et probabilités » pour traiter et interpréter des données, pour modéliser des phénomènes aléatoires.

Pour la série STD2A, la partie « Algorithmique et programmation » est remplacée par une partie « Activités géométriques ».

Les parties transversales recensent les capacités attendues qui doivent être travaillées tout au long du cycle terminal, sous forme de rituels ou d'activités intégrées aux enseignements d'analyse et de statistique et probabilités. Reposant essentiellement sur des notions étudiées dans les classes précédentes, elles ne donnent pas lieu à des chapitres de cours spécifiques mais font cependant l'objet d'un enseignement explicite.

Les parties « Analyse » et « Statistique et probabilités » sont organisées en quatre rubriques :

- contenus ;
- capacités attendues ;
- commentaires ;
- situations algorithmiques (sauf pour la série STD2A).

La dernière rubrique (qui ne concerne pas la série STD2A) identifie un nombre limité de situations qui doivent toutes faire l'objet d'un travail spécifique utilisant le langage Python ou le tableur. Le professeur s'attache à proposer ces deux modalités afin qu'en fin d'année les élèves aient acquis les capacités attendues en algorithmique et en programmation.

Enfin, le programme propose une liste indicative de thèmes d'étude permettant d'aller plus loin. Ils se prêtent à la remobilisation des notions du programme dans le cadre de modélisations ou de simulations adaptées à la résolution de nouvelles classes de problèmes. Ces thèmes peuvent constituer des supports appropriés au projet évalué lors de l'épreuve orale terminale.

Programme

Vocabulaire ensembliste et logique

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants : $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles.

Pour le complémentaire d'un sous-ensemble A de E, les deux notations $\overline{A}$ des probabilités et $E \setminus A$ sont utilisées, la seconde permettant de préciser l'ensemble contenant.

Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves s'exercent :

- à utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » ;
- à identifier le statut d'une égalité (identité, équation) et celui de la ou des lettres utilisées (variable, indéterminée, inconnue, paramètre) ;
- à utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- à distinguer une proposition de sa réciproque ;
- à utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante », « équivalence logique ».

Commentaires

- La construction de conditions logiques en algorithmique à l'aide des opérateurs ET, OU, NON et la création de filtres en analyse de données sont l'occasion de travailler la logique.
- Dans le cours de mathématiques, le professeur explicite la nature des raisonnements conduits (raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde) ainsi que les quantificateurs à l'œuvre, en langage naturel et sans formalisme.

Algorithmique et programmation (sauf série STD2A)

La pratique de l'algorithmique et de la programmation se poursuit en classe terminale en continuité avec la classe de première. Le langage utilisé est Python.

Le programme vise la consolidation des notions de variable, de liste, d'instruction conditionnelle et de boucle ainsi que l'utilisation des fonctions.

Capacités attendues

- **Variables :**
  - utiliser un générateur de nombres aléatoires entre 0 et 1 pour simuler une loi de Bernoulli de paramètre p ;
  - utiliser la notion de compteur ;
  - utiliser le principe d'accumulateur pour calculer une somme, un produit.

- **Fonctions :**
  - identifier les entrées et les sorties d'une fonction ;
  - structurer un programme en ayant recours aux fonctions.

- **Listes :**
  - générer une liste (en extension, par ajouts successifs, en compréhension) ;
  - manipuler des éléments d'une liste (ajouter, supprimer …) et leurs indices ;
  - itérer sur les éléments d'une liste.

- **Sélection de données :**
  - traiter un fichier contenant des données réelles pour en extraire de l'information et l'analyser ;
  - réaliser un tableau croisé de données sur deux critères à partir de données brutes.

Commentaires

- Les notions relatives aux types de variables et à l'affectation sont consolidées. Comme en classe de seconde, on utilise le symbole « $\leftarrow$ » pour désigner l'affectation dans un algorithme écrit en langage naturel.
- L'accent est mis sur la programmation modulaire qui permet de découper une tâche complexe en tâches simples.
- La génération des listes en compréhension et en extension est mise en lien avec la notion d'ensemble. Les conditions apparaissant dans les listes définies en compréhension permettent de travailler la logique.
- Afin d'éviter des confusions, il est recommandé de se limiter aux listes sans présenter d'autres types de collections.

Activités géométriques (uniquement pour la série STD2A)

Le programme de géométrie de la classe terminale étudie des figures géométriques et des modes de représentation usuels dans les domaines de l'art et du design. Il privilégie les liens entre géométrie plane et géométrie dans l'espace et s'articule autour de trois axes de travail :

- étudier l'intersection d'un cône avec un plan suivant la position de celui-ci, retrouver des courbes déjà connues et les regrouper sous la dénomination de coniques ;
- enrichir les représentations planes des objets de l'espace par l'introduction de la perspective centrale ;
- analyser des compositions artistiques ou architecturales et décomposer des scènes de l'espace en solides simples, afin de les reproduire ou de les représenter dans le plan.

Les activités à supports réels issus de divers domaines artistiques sont privilégiées. L'utilisation de logiciels de dessin employés dans les enseignements artistiques est l'occasion d'enrichir le propos mathématique.

Géométrie plane

Contenus

- **Coniques :**
  - sections planes d'un cône de révolution ;
  - notion de tangente à une conique en un point.

Capacités attendues

- Étudier le raccordement d'arcs de cercles, d'ellipses ou de courbes représentatives de fonctions.

Commentaires

- L'éclairement d'un mur par une source ponctuelle constitue une approche adaptée des sections planes de cônes de révolution.
- Les différentes sections planes d'un cône de révolution sont visualisées à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ; elles font apparaître des courbes déjà connues des élèves, notamment le cercle, l'ellipse, la parabole, l'hyperbole.
- Par analogie avec la notion de tangente étudiée en classe de première (tangente à la courbe représentative d'une fonction), la tangente à une conique en un point est définie comme position limite des sécantes en ce point.
- Aucune connaissance n'est attendue sur les équations cartésiennes de tangentes à une conique. Dans les situations analytiques de raccordement, celles-ci sont données.

Géométrie dans l'espace

Contenus

- **Perspective centrale :**
  - projection centrale ;
  - propriétés de conservation (alignement, contact) ou de non conservation (longueurs, milieux, rapports de longueurs, angles, parallélisme) ; cas particulier des plans frontaux ;
  - point de fuite d'une droite ;
  - point de fuite principal ;
  - ligne de fuite d'un plan non frontal, ligne d'horizon ;
  - image d'un quadrillage, de solides simples (parallélépipède rectangle, prisme, pyramide).

Capacités attendues

- Utiliser le vocabulaire usuel de la perspective centrale.
- Utiliser les propriétés d'une projection centrale.
- Utiliser la conservation de forme dans les plans frontaux.
- Utiliser la position relative de l'image de deux droites parallèles.
- Construire l'image d'un quadrillage ou d'un parallélépipède rectangle ayant au moins une arête en vraie grandeur.

Commentaires

- La situation dite de « l'ombre au flambeau » (source ponctuelle) portée sur un plan constitue une approche adaptée de la projection centrale.
- L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique facilite la compréhension des différentes notions de cette partie du programme.
- Des situations simples où un plan frontal est disponible sont proposées. Des situations plus générales sont analysées en lien avec la photographie.
- Des « esquisses » de représentation d'objets comme le cylindre et le cône sont construites en les inscrivant dans un solide simple et en prenant appui sur les points de contact.

Automatismes

Comme indiqué dans le programme de la classe de première, cette partie du programme vise à construire et à entretenir des habiletés dans les domaines du calcul, de l'information chiffrée et des représentations graphiques. Il s'agit d'automatiser le recours à des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies dont l'insuffisante maîtrise fait obstacle à la réussite scolaire en mathématiques et dans les autres disciplines, compromet la réussite d'études supérieures et peut constituer un handicap dans la vie sociale. Plus les élèves sont à l'aise avec ces automatismes, plus ils sont mis en confiance et en réussite dans l'apprentissage des mathématiques. Ce faisant, ils développent également leur esprit critique par une meilleure maîtrise des chiffres et du calcul et une meilleure lecture et compréhension des représentations de données dont les graphiques.

Les capacités attendues énoncées ci-dessous n'ont pas vocation à faire l'objet d'un chapitre d'enseignement spécifique car les notions qui les sous-tendent ont été travaillées dans les classes antérieures. Elles relèvent d'un entraînement régulier sur l'ensemble du cycle terminal, par exemple lors de rituels de début de séance, sous forme de « questions flash » privilégiant l'activité mentale. Les différents thèmes proposés doivent être travaillés tout au long des deux années et la présentation par blocs thématiques ne signifie pas, bien au contraire, qu'il faille les aborder les uns après les autres. Les modalités de mise en œuvre doivent être variées et prendre appui sur différents supports : à l'oral, à l'écrit, individuellement ou en groupe, utilisant des outils numériques de vidéoprojection, de recensement instantané des réponses ...

En classe terminale, le travail sur les automatismes se poursuit. Au-delà d'une plus grande rapidité dans l'exécution des tâches, il s'enrichit à travers :

- une complexification des variables didactiques comme par exemple la nature des nombres utilisés (entiers, fractions ou paramètres) dans la factorisation de x^2-9 , $x^2-\frac{4}{9}$, $4x^2-k^2$;
- l'enchaînement de plusieurs automatismes ;
- des changements de registre comme la détermination du signe de $-2(x-1)(x-3)$ à partir d'une image mentale de la courbe représentative de la fonction correspondante ;
- l'automatisation de quelques connaissances ou procédures relatives aux notions installées en classe de première comme, par exemple, le lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation de la fonction, la reconnaissance d'une situation contextualisée se modélisant par une suite géométrique …

Les automatismes propres à la classe terminale figurent en italiques.

Capacités attendues

- **Proportions et pourcentages :**
  - calculer, appliquer, exprimer une proportion sous différentes formes (décimale, fractionnaire, pourcentage) ;
  - calculer la proportion d'une proportion.

- **Évolutions et variations :**
  - passer d'une formulation additive (« augmenter de 5% », respectivement « diminuer de 5% ») à une formulation multiplicative (« multiplier par 1,05 », respectivement « multiplier par 0,95 ») ;
  - appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale ;
  - calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage ;

- interpréter un indice de base 100 ; calculer un indice ; calculer le taux d'évolution entre deux valeurs ;
- calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives ;
- calculer un taux d'évolution réciproque ;
- *reconnaître une situation contextualisée se modélisant par une suite géométrique dont on identifie la raison*.

Calcul numérique et algébrique :

- effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples ;
- effectuer des opérations sur les puissances ;
- passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, scientifique) ;
- estimer un ordre de grandeur ;
- effectuer des conversions d'unités ;
- résoudre une équation ou une inéquation du premier degré, une équation du type : $x^2 = a$;
- déterminer le signe d'une expression du premier degré, d'une expression factorisée du second degré ;
- isoler une variable dans une égalité ou une inégalité qui en comporte plusieurs sur des exemples internes aux mathématiques ou issus des autres disciplines ;
- effectuer une application numérique d'une formule (notamment pour les formules utilisées dans les autres disciplines) ;
- développer, factoriser, réduire une expression algébrique simple ;
- *calculer la dérivée d'une fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à 3 ;*
- *calculer le coefficient directeur de la tangente en un point à une courbe à l'aide de la dérivée*.

Fonctions et représentations :

- déterminer graphiquement des images et des antécédents ;
- résoudre graphiquement une équation, une inéquation du type : $f(x) = k$, $f(x) < k$ … ;
- *déterminer le signe d'une expression factorisée du second degré à l'aide d'une image mentale de la courbe représentative de la fonction correspondante ;*
- déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations ;
- exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées) ;
- tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur ;
- lire graphiquement l'équation réduite d'une droite ;
- déterminer l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points ;
- *déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une tangente à une courbe*.

Représentations graphiques de données chiffrées :

- lire un graphique, un histogramme, un diagramme en barres ou circulaire, un diagramme en boîte ou toute autre représentation (repérer l'origine du repère, les unités de graduations ou les échelles …) ;
- passer du graphique aux données et *vice versa*.

Analyse

Cette partie du programme consolide et approfondit les notions sur les suites abordées en classe de première. Elle élargit la gamme des fonctions permettant d'étudier des phénomènes évolutifs continus. Ainsi, le passage du discret au continu à partir des suites géométriques permet d'introduire les fonctions exponentielles de base a qui modélisent des phénomènes continus dont l'évolution relative instantanée est constante. La résolution d'équations du type $10^x = b$ permet de déterminer des durées d'évolution non entières et d'introduire la fonction logarithme décimal.

Dans le cadre d'une démarche inductive, les outils numériques, notamment les grapheurs ou les logiciels de géométrie et de programmation, aident à la construction des objets mathématiques ou à l'illustration de leurs propriétés, lesquelles sont ensuite admises ou généralisées.

Suites numériques

Contenus

- **Suites arithmétiques :**
  - moyenne arithmétique de deux nombres ;
  - expression en fonction de n du terme de rang n ;
  - somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ; notation $\sum$.

- **Suites géométriques à termes positifs :**
  - moyenne géométrique de deux nombres positifs ;
  - expression en fonction de n du terme de rang n ;
  - somme des n premiers termes d'une suite géométrique ; notation $\sum$.

Capacités attendues

- Prouver que trois nombres sont (ou ne sont pas) les termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.
- Déterminer la raison d'une suite arithmétique ou géométrique modélisant une évolution.
- Exprimer en fonction de n le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique.
- Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique.
- Reconnaître une situation relevant du calcul d'une somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.

Commentaires

- Le calcul de valeurs acquises, lors de placements à intérêts composés à taux constant avec versements réguliers, fournit une situation relevant du calcul d'une somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.
- Le lien est fait entre les suites arithmétiques (respectivement géométriques) et l'expression « croissance linéaire » (respectivement « croissance exponentielle ») du langage courant.
- La notation $\sum$ est travaillée sur des exemples variés (somme de carrés, de cubes, d'inverses …).

Situations algorithmiques

- Écrire en langage Python une fonction qui calcule la somme des n premiers carrés, des n premiers cubes ou des n premiers inverses ; établir le lien entre l'écriture de la somme à l'aide du symbole $\sum$, et les composantes de l'algorithme (initialisation, sortie de boucle, accumulateur, compteur).

Fonctions exponentielles

Contenus

- **Les fonctions $x \mapsto a^x$ ($a > 0$) comme modèle continu d'évolution relative constante**
  - définition de la fonction $x \mapsto a^x$ pour x positif comme prolongement à des valeurs non entières positives de la suite géométrique $(a^n)_{n\in N}$; extension à $\mathbb{R}_-$ en posant $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$;
  - sens de variation selon les valeurs de a ;
  - allure de la courbe représentative selon les valeurs de a ;
  - propriétés algébriques : $a^{x+y} = a^x a^y$; $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$; $a^{nx} = (a^x)^n$ pour n entier relatif ;
  - cas particulier de l'exposant $\frac{1}{n}$ pour calculer un taux d'évolution moyen équivalent à n évolutions successives.

Capacités attendues

- Connaître et utiliser le sens de variation des fonctions de la forme $x \mapsto ka^x$, selon le signe de k et les valeurs de a.
- Connaître les propriétés algébriques des fonctions exponentielles et les utiliser pour transformer des écritures numériques ou littérales.
- Calculer le taux d'évolution moyen équivalent à des évolutions successives.

Commentaires

- Les propriétés algébriques de la fonction $x \mapsto a^x$ sont admises, par extension des propriétés des puissances entières. Le lien est fait avec les suites géométriques.
- Le parallèle est fait entre le sens de variation de la fonction $x \mapsto a^x$ et celui des suites géométriques.
- Le calcul du taux d'évolution moyen se fait dans des contextes variés (taux mensuel équivalent à un taux annuel, évolution moyenne d'une population sur une période …).

Situations algorithmiques

- Intercaler entre deux points déjà construits un troisième point ayant pour abscisse (resp. pour ordonnée) la moyenne arithmétique (resp. géométrique) des abscisses (resp. des ordonnées) des deux points initiaux.

Fonction logarithme décimal

Contenus

- définition du logarithme décimal de b pour $b > 0$ comme l'unique solution de l'équation $10^x = b$; notation log ;
- sens de variation ;
- propriétés algébriques :
  $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$, $\log(a^n) = n\log(a)$ et $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$, pour n entier naturel, a et b réels strictement positifs.

Capacités attendues

- Utiliser le logarithme décimal pour résoudre une équation du type $a^x = b$ ou $x^a = b$ d'inconnue x réelle, une inéquation du type $a^x < b$ ou $x^a < b$ d'inconnue x réelle ou du type $a^n < b$ d'inconnue n entier naturel.
- Utiliser les propriétés algébriques de la fonction logarithme décimal pour transformer des expressions numériques ou littérales.

Commentaires

- La formule du logarithme d'un produit, qui peut être démontrée ou admise, permet de prouver les propriétés suivantes : $\log\left(\frac{1}{b}\right) = -\log(b)$, $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$ et, pour de petites valeurs de n, $\log(a^n) = n\log(a)$.

- La recherche d'un nombre d'annuités comme celle d'un taux moyen fournissent des exemples de résolution d'équations de la forme $a^x = b$ ou $x^a = b$.
- La valeur du logarithme décimal d'un nombre strictement positif permet d'obtenir son ordre de grandeur et de déterminer, dans le cas d'un entier strictement positif, le nombre de chiffres de son écriture décimale.
- Le travail sur le logarithme décimal peut être l'occasion de représenter une série statistique ou une fonction dans un repère logarithmique ou semi-logarithmique, notamment pour les élèves des séries STI2D et STL.

Fonction inverse

Contenus

- comportement de la fonction inverse aux bornes de son ensemble de définition ;
- dérivée et sens de variation ;
- courbe représentative ; asymptotes.

Capacités attendues

- Étudier et représenter des fonctions obtenues par combinaisons linéaires de la fonction inverse et de fonctions polynomiales de degré au maximum 3.

Commentaires

- Le calcul de la dérivée de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ permet de réinvestir la définition du nombre dérivé à partir du calcul du taux de variation.
- Les élèves des séries STI2D et STL ont déjà calculé la dérivée de la fonction inverse en classe de première dans le cadre de l'enseignement de spécialité de physique-chimie et mathématiques.
- La fonction inverse permet d'aborder des situations contextualisées de prix unitaire ou de coût moyen.
- Le comportement de la fonction inverse aux bornes de son ensemble de définition est mis en lien avec, d'une part, l'ordre de grandeur d'inverses de petits ou grands nombres, d'autre part, l'allure de la courbe.
- Aucune définition de l'asymptote n'est attendue ; on s'en tient à une approche intuitive.

Statistique et probabilités

Alors que le programme de la classe de première est consacré, dans sa partie relative aux statistiques, à l'étude de couples de variables catégorielles, celui de la classe terminale aborde l'étude de variables quantitatives, représentées par des nuages de points. On procède à la recherche d'ajustements pertinents, affines ou non, de ces nuages, dans le but de réaliser des interpolations ou des extrapolations.

La notion de probabilité conditionnelle, introduite en classe de première, est formalisée et permet de définir l'indépendance de deux événements. De même, la répétition de n épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli, déjà connue des élèves, mène à la définition des coefficients binomiaux et de la loi binomiale.

Des activités de programmation, au tableur ou en langage Python, permettent d'automatiser certains calculs et d'obtenir des résultats inaccessibles à la main.

Séries statistiques à deux variables quantitatives

Contenus

- nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives ;
- ajustement affine.

Capacités attendues

- Représenter un nuage de points.
- Déterminer et utiliser un ajustement affine pour interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues.
- Représenter un nuage de points en effectuant un changement de variable donné (par exemple u^2, $\frac{1}{t}$, $\frac{1}{\sqrt{n}}$, $\log(y)$ …) afin de conjecturer une relation de linéarité entre de nouvelles variables.

Commentaires

- Les ajustements affines peuvent être réalisés graphiquement « au jugé ». L'appréciation de leur qualité peut faire l'objet d'une discussion au sein de la classe.
- La méthode des moindres carrés est présentée : recherche d'une droite d'équation $y = ax + b$ réalisant le minimum de $\sum_i (y_i - (ax_i + b))^2$ pour le nuage de points (x_i, y_i).
- Les situations ou contextes réels, en lien notamment avec les enseignements de spécialité, sont privilégiés :
  - données issues des domaines de la santé, de l'économie, de la gestion, des sciences sociales … ;

- mesures expérimentales de grandeurs liées par une relation linéaire en physique-chimie (intensité et tension ; droite d'étalonnage d'une concentration …), en biotechnologies ou en sciences de l'ingénieur dans tous les domaines (industriels, génie civil …).
- Les élèves sont entraînés à exercer leur esprit critique sur la pertinence, au regard des données et de la situation étudiée, d'une modélisation par ajustement affine et sur les limites des extrapolations faites dans ce cadre.

Situations algorithmiques

- Automatiser le calcul de $\sum_i (y_i - (ax_i + b))^2$.
- Rechercher un couple (a, b) minimisant cette expression parmi un ensemble fini de couples proposés par les élèves ou générés par balayage, tirage aléatoire …

Probabilités conditionnelles

Contenus

- conditionnement par un événement de probabilité non nulle ;
- indépendance de deux événements de probabilités non nulles ;
- formule des probabilités totales pour une partition de l'univers.

Capacités attendues

- Construire un arbre de probabilités associé à une situation aléatoire donnée.
- Interpréter les pondérations de chaque branche d'un arbre en termes de probabilités, et notamment de probabilités conditionnelles.
- Faire le lien entre la définition des probabilités conditionnelles et la multiplication des probabilités des branches du chemin correspondant.
- Utiliser un arbre de probabilités pour calculer des probabilités.
- Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.

Commentaires

- L'indépendance de deux événements repose sur la définition suivante : pour un événement A de probabilité non nulle, B est indépendant de A si $P_A(B) = P(B)$. On démontre que la propriété d'indépendance est symétrique lorsque A et B sont de probabilités non nulles.
- La formule des probabilités totales est mise en relation avec l'arbre. Elle est démontrée dans le cas d'une partition de l'univers en deux ou trois événements, la notion de partition d'un ensemble étant présentée sans formalisme.

Variables aléatoires discrètes finies

Contenus

- espérance d'une variable aléatoire discrète ;
- loi binomiale $B(n,p)$; espérance ;
- coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$; triangle de Pascal.

Capacités attendues

- Calculer l'espérance d'une variable aléatoire discrète dans des cas simples et l'interpréter.
- Calculer des coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ à l'aide du triangle de Pascal pour $n \leq 10$.
- Reconnaître une situation relevant de la loi binomiale et en identifier le couple de paramètres.
- Lorsque la variable aléatoire X suit une loi binomiale :
  - interpréter l'événement $\{X = k\}$ sur un arbre de probabilité ;
  - calculer les probabilités des événements $\{X = 0\}$, $\{X = 1\}$, $\{X = n\}$, $\{X = n-1\}$ et de ceux qui s'en déduisent par réunion ;
  - calculer la probabilité de l'événement $\{X = k\}$ à l'aide des coefficients binomiaux.

Commentaires

- La loi binomiale formalise le travail fait en classe de première sur la répétition d'épreuves indépendantes selon une même loi de Bernoulli. La valeur de l'espérance est admise.
- Pour des valeurs de n inférieures ou égales à 4, comme en classe de première, la représentation de l'arbre permet de dénombrer les chemins et de calculer les probabilités correspondantes.
- Pour des valeurs de n plus grandes, l'arbre sert d'image mentale et le nombre de chemins associés à l'événement est donné ou déterminé à l'aide du triangle de Pascal.
- Le coefficient binomial $\binom{n}{k}$ est défini comme le nombre de chemins associés à l'événement $\{X = k\}$ dans un arbre représentant un schéma de Bernoulli de taille n.
- La formule de Pascal $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ est établie à partir d'un raisonnement sur le nombre de chemins dans l'arbre.

Situations algorithmiques

- Générer un triangle de Pascal de taille n donnée.

- Représenter par un diagramme en bâtons la loi de probabilité d'une loi binomiale (n, p). Faire le lien avec l'histogramme des fréquences observées des 1 lors de la simulation de N échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli de paramètre p faite en classe de première.
- Calculer l'espérance $\sum x_i p_i$ d'une variable aléatoire suivant une loi de probabilité donnée ; cas particulier d'une variable aléatoire suivant la loi binomiale $B(n, p)$.
- Représenter graphiquement l'espérance de lois binomiales $B(n, p)$ à p fixé et n variable, à n fixé et p variable puis faire le lien avec l'expression admise de l'espérance.

Thèmes d'étude

L'étude des thèmes proposés ci-après s'appuie sur la résolution de problèmes. Elle privilégie la modélisation ou la simulation tout en mobilisant des contenus et des capacités figurant au programme. Les apports théoriques sont limités au strict nécessaire et introduits au fil des situations proposées.

Liste indicative de thèmes :

- optimisation linéaire et régionnement du plan ;
- méthode de Monte Carlo ;
- simulation de marches aléatoires ;
- initiation aux graphes ; ordonnancement.