CONSEIL SUPÉRIEUR DES PROGRAMMES

Contribution aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programmes C 2, C3 et C4

Patrick URRUTY,

Professeur agrégé de Mathématiques

Propositions pour les nouveaux programmes de l'école primaire cycle 2 et cycle 3

octobre 14

PROPOSITIONS POUR LES NOUVEAUX PROGRAMMES DE L'ECOLE PRIMAIRE CYCLE 2 ET CYCLE 3

Patrick URRUTY

PRAG Mathématiques

ESPE Aquitaine, site de Bordeaux

patrick.urruty@espe-aquitaine.fr

Question 1 : Quelles connaissances ou compétences en mathématiques peuvent être attendues de tous les élèves en fin de Cycle 2 ? En fin de Cycle 3 ? Avec quels niveaux de maîtrise au cours de chaque cycle ? A quels moments de la scolarité situez-vous des paliers dans les apprentissages ? Pouvez-vous caractériser ces paliers ?

DES PRINCIPES GENERAUX

Une réponse à cette première question, dans le « cercle de la didactique des mathématiques », avait été apportée par Roland Charnay et son équipe dans leurs diverses publications et relayée dans les programmes de 2002. Une idée forte, qui a succédé à la crise « des mathématiques modernes » et qui semble être aujourd'hui partagée par tous, est la suivante : les mathématiques de l'école primaire doivent permettre à l'élève de ***se doter d'une « boîte à outils » qui lui sera « utile dans la vie quotidienne »*** (ou celle du « futur citoyen) et d'autre part de s'assurer des ***bases nécessaires à la poursuite des études au collège***. La réflexion menée à l'époque s'est traduite par des décisions importantes dans les programmes de 2002 :

- amoindrir le rôle du calcul posé (très peu utilisé dans la vie de tous les jours) au profit du calcul réfléchi finalement plus utile et surtout plus intéressant d'un point de vue des apprentissages (car il permet de consolider les connaissances en numération, de découvrir et mobiliser certaines propriétés des opérations, de confronter les élèves à des activités de calcul complexes, etc....). Ainsi, seule la maîtrise de l'addition posée était attendue en fin de cycle 2 tandis qu'à la fin du cycle 3 seule la division euclidienne posée pour les entiers (mais pas la division décimale).

- insister sur l'importance de la résolution de problèmes en mathématiques à tous les stades des apprentissages. De plus, une typologie des problèmes pour le cadre scolaire était proposée, mais surtout, la distinction entre procédures personnelles /procédures expertes permettait de renouveler le regard de l'enseignant sur ces questions : on comprenait comment les problèmes « arithmétiques » pouvaient être proposés à différents moments de la scolarité (dès l'école maternelle) mais résolus de manière différente (manipulation en maternelle, schéma au cycle 2, opérations au cycle 3, pour le dire vite). Ce type de repères manque totalement aux programmes ultérieurs de 2008.

Les axes de réflexion décrits ci-dessus dans le champ numérique, qui prennent notamment en compte ***la dimension du sens donné aux apprentissages mathématiques***, me semblent importants pour structurer de nouveaux programmes.

Néanmoins, je ne pense pas qu'il faille reprendre tels quels les programmes de 2002 sans aucune nuance qui ne prendrait en compte le « retour sur expérience » de ces programmes et de ceux qui ont suivi.

Un principe fondamental à rappeler, est celui d'une n**écessaire complémentarité dans la pratique de classe,** e**ntre les séances organisées autour de la « résolution de problèmes » et les séances consacrées aux « exercices ».** Plusieurs éléments de réflexion me laissent penser que les programmes doivent insister sur ce principe :

- l'intérêt de disposer d'automatismes dans des activités de recherche : dans toutes les activités qui exigent de l'élève un engagement et une réflexion personnelle (notamment calcul réfléchi et résolution de problèmes), le fait d'avoir automatisé certaines techniques (dont l'exécution ne demande aucun effort) facilite la mise en œuvre d'une procédure de résolution ou de calcul originale. Ainsi, par exemple, un élève de CP qui sait faire sans difficulté des décompositions canonique du type 45 = 10+10+10+10+5, pourra mettre au point des stratégies de calcul efficaces pour effectuer des sommes du type 45+23 (calcul réfléchi parfois appelé « en ligne »).

- les pratiques de formation issues des programmes de 2002 :

Le « surinvestissement » de la résolution de problèmes dans les programmes de 2002 a eu à mon sens un effet pervers dans les pratiques de formation, qui n'est pas sans conséquence sur le travail des enseignants. En effet, en formation initiale et continue, les professeurs IUFM, conseillers pédagogiques, inspecteurs se sont emparés avec enthousiasme de la réflexion sur la résolution de problèmes en mathématiques et sa mise en œuvre dans la classe. ***La réflexion sur la gestion des séances consacrées aux « exercices » a été « oubliée » de la formation***, alors qu'elle comporte pourtant des enjeux très forts (les séances « ordinaires » sont souvent le lieu où se construisent des gestes professionnels importants, à pointer en formation). Les conséquences de cette dérive s'observent particulièrement chez les jeunes enseignants qui, le jour d'une visite, pensent qu'il faut montrer une situation de recherche, pour « faire bonne impression ». Parfois ce phénomène a été encouragé par le jugement de certains visiteurs, eux-mêmes inexpérimentés, pour qui «on n'apprend rien dans cette classe », parce qu'on « n'apprend rien de nouveau » le jour de la visite (en oubliant qu'il ne suffit pas de découvrir une nouvelle notion pour que celle-ci soit maîtrisée et mobilisable spontanément dans de nouvelles situations).

Ainsi, en « dénigrant » les « exercices », les formateurs ont donné aux jeunes enseignants une image faussée de la pratique des mathématiques au quotidien dans la classe. Par voie de conséquence, un « malaise » s'est installé chez ces jeunes enseignants, dû au décalage entre la perception des exigences institutionnelles et la réalité effective du travail en classe.

- apprentissages mathématiques et élèves en difficulté :

Les « bons élèves » entrent facilement dans des situations qui demandent des prises d'initiative, du « bricolage avec les moyens du bord », des essais et des réajustements, etc... De telles attitudes (qu'on associe souvent à des compétences méthodologiques) sont justement celles qui sont sollicitées dans la résolution de problèmes et le calcul réfléchi, domaines privilégiés dans les programmes de 2002.

Les élèves plus en difficulté quant à eux, apprennent et réussissent mieux les tâches mécaniques et répétitives. Ainsi, ***diminuer le poids des apprentissages techniques*** dans la pratique de la classe, c'est donner ***davantage d'occasions à ces élèves de se sentir en échec*** et de s'enfermer dans un cercle vicieux du découragement et de l'échec.

Les enseignants de SEGPA, que je connais assez bien de par mon expérience de formateur pour la préparation au CAPA-SH, qui accueillent dans leurs classes, les 5% d'élèves les plus faibles issus des écoles primaires du secteur, connaissent très bien ce phénomène.

Très souvent, les premières semaines de travail, à l'entrée au collège, avec ces élèves relevant de la « grande difficulté scolaire » consistent (sans réelle alternative possible) à travailler sur des notions simples et systématiques, en évitant toute confrontation à des problèmes plus robustes. Ces pratiques, didactiquement assez stériles (puisque les savoirs en jeu sont en général d'un niveau faible et revêtent souvent un aspect très « formel », très « scolaire») sont pourtant nécessaires. En effet, elle permettent aux élèves de se sentir « ***en réussite***», désormais régulièrement, dans des ***activités identifiées comme mathématiques***, ce qui permettra ultérieurement à l'enseignant, dans un climat de classe désormais apaisé, de proposer des situations problèmes plus déstabilisantes, sans que celles-ci ne soient vécues comme une agression de sa part (et un cercle plus vertueux d'apprentissage et de réinvestissement dans des situations « signifiantes » pourra alors s'enclencher, même avec des connaissances mathématiques assez limitées). Ces observations personnelles rejoignent celles qu'on peut lire, depuis le début des années 90, dans les recherches portant sur les apprentissages mathématiques à l'école primaire en ZEP (D. Butlen, M. Pezard, M.L. Peltier, etc...).

En conclusion, pour toutes les raisons que je viens d'évoquer, je pense que les nouveaux programmes doivent insister sur l'équilibre dans la classe entre des activités de recherche et des exercices plus techniques. Bien entendu, il faut insister sur le fait qu'un tel équilibre ne se décrète pas en indiquant dans l'emploi du temps des plages de « résolution de problèmes » et des plages « d'exercice ». C'est ***l'articulation des différents moments d'une séquence d'apprentissage*** sur une notion donnée (découverte, consolidation, réinvestissement) qui détermine la logique de la répartition des séances au fil du temps.

QUELQUES REPERES IMPORTANTS A FAIRE FIGURER DANS LES PROGRAMMES

LA CONNAISSANCE DES NOMBRES

Les nombres entiers :

L'enjeu des trois premières années de l'école élémentaire est d'amener les élèves à comprendre notre système de numération dans le champ des entiers. Les deux années de CM visent seulement à stabiliser ces notions et à les prolonger aux « grands nombres » (les millions et les milliards).

Deux domaines de difficultés importants doivent être soulignés dans les programmes pour le CP :

- **la zone d'irrégularité entre 60 et 100** : alors que jusqu'à 59 la numération orale est régulière (chaque nouvelle dizaine est associée à un nouveau mot-nombre), des irrégularités apparaissent ensuite. Ainsi, alors que « cinquante-quatre » s'écrit 54 (pour 5 dizaines et 4 unités), « soixante-douze » ne s'écrit pas 612 (pour 6 dizaines et 12 unités) mais 72 (on fait apparaître une dizaine qui était « cachée »).
- **le « sens de la dizaine** » : une collection de 43 objets ne comporte pas «quatre objets et trois objets » mais « quatre groupes de 10 objets et 3 objets ». La compréhension de ce principe est souvent une longue conquête pour les élèves et les activités conduisant à travailler sur les écritures chiffrées à partir de la manipulation sont à cet égard très importantes (voir les exemples de propositions d'activités en question 4).

Une autre difficulté importante en CE1 puis en CE2 réside dans le fait de comprendre que le ***principe de groupement par dix se réitère***, ce qui conduit à différentes interprétations des nombres comportant plus de deux chiffres (et oblige à distinguer le chiffre des … / nombre de ...); ainsi une collection de 5342 objets peut être vue comme :

- 5 groupes de 1000 objets et 342 objets ;

- 53 groupes de 100 objets et 42 objets ;

- 534 groupes de 10 objets et 2 objets ;

Par conséquent, dans le nombre 5342 par exemple, si 3 est le chiffre des centaines, 53 est nombre de centaines (c'est-à-dire le nombre de paquets de 100 qu'il est possible de réaliser avec une collection de 5342 objets). Ici encore, des activités permettent de donner du sens à ces notions, à partir de la manipulation de collections organisées par groupes de 10, 100, 1000 (ou à partir de supports dessinés évoquant de telles collections).

Les fractions et décimaux :

Les recherches dans le champ de la didactique ont permis depuis près de trente ans de légitimer au CM les progressions conduisant à découvrir **les fractions avant les nombres décimaux,** ce qui doit constituer un choix très clairement exprimé dans les programmes. En effet, de nombreuses erreurs produites par les élèves sont liées au fait que les nombres décimaux s'écrivent et se manipulent « presque » comme les nombres entiers : il est ainsi très tentant d'affirmer par exemple que 3,12 > 3,4 car 12 >4. Pour donner à l'élève les moyens de rejeter ce type d'erreur, il faut qu'il soit capable de comprendre que 3,12 n'est pas « 3 virgule 12 », mais « 3 unités et 12 centièmes » tandis que 3,4 désigne « 3 unités et 4 dixièmes ». Ainsi ce n'est pas « 12 et 4 que l'on compare » mais « 12 centièmes et 4 dixièmes », valeurs fractionnaires que l'on sait appréhender et comparer si l'on a compris le principe de partage successif de l'unité en dixièmes puis en centièmes.

De plus, les programmes doivent clairement rappeler la distinction entre les **deux grandes interprétations possibles d'une fraction** : 3/8 peut désigner « trois huitièmes » (c'est-à-dire une quantité qu'on produit en partageant une unité en huit parties égales et en gardant trois parts obtenues) ou alors « 3 divisé par 8 » (c'est-à-dire une quantité qu'on produit en partageant en huit parties égales la valeur de 3 unités). L'enseignant doit être conscient du fait que l'équivalence entre ces deux interprétations ne va pas de soi pour un élève qui découvre ces notions dans des contextes différents. Tous les auteurs (de manuels en particulier) ne s'accordent pas sur la chronologie de ces apprentissages (faut-il commencer par associer la fraction à la division ou le faire seulement dans un deuxième temps?). Dans tous les cas, à la fin de la sixième, l'élève doit maîtriser ces deux sens, tandis qu'en parallèle la progression sur la division (dans le cas décimal) sera achevée.

LES OPERATIONS

Certains principes doivent guider les progressions sur l'apprentissage des opérations :

- les problèmes relevant des différentes opérations sont proposés t**ôt dans la scolarité** (pour une première construction du sens et une résolution par des procédures personnelles) ;

- les problèmes relevant de l'**addition/soustraction** doivent être proposés simultanément, de même que ceux relevant de la **multiplication/division** pour une construction réelle du sens sous-jacent à ces opérations (il faut prendre des repères sur la manière de distinguer des opérations dont le sens est parfois très proche) ;

- à la fin du CE2, les élèves ont travaillé l'ensemble de la progression sur l'addition, la multiplication, la soustraction. Des moments de reprise et de réinvestissement seront nécessaires au CM, sur les différents aspects de ces opérations (problèmes, calcul réfléchi, calcul posé généralisé au cas décimal).

- même si une première approche des problèmes relevant de la division, avec des petits nombres, peut se faire tôt dans la scolarité avec des connaissances très élémentaires, c'est l'utilisation coordonnée de la soustraction et de la multiplication qui donnera des procédures de résolution efficaces pour ces problèmes. Un travail sur la technique de la division ne peut s'engager avant la fin de CE2 ou le CM1, et devra s'étendre jusqu'à la sixième (incluse), puisque celle-ci nécessite l'utilisation coordonnée des techniques de multiplication et de soustraction. Quels que soient les choix faits par les programmes sur cette opération *(commencer à introduire la technique dès le CE2 ? Faut-il utiliser le signe « : » ou un autre signe pour exprimer le calcul d'une division ? Quelle part de la progression laisser à la sixième ? Etc...)* des débats ne manqueront pas de s'ouvrir pour commenter ou critiquer ces choix (comme ça a été le cas pour les programmes de 2002 puis 2008).

Dans tous les cas, à la fin de la sixième, les quatre opérations (sens et technique) doivent être maîtrisées (avec des nombres entiers et décimaux).

LES APPRENTISSAGES GEOMETRIQUES

Je ferai seulement deux remarques sur les apprentissages géométriques :

- Les programmes doivent rappeler, comme c'était le cas en 2002 et 2008, qu'un enjeu important du cycle 3 est de passer d'une **géométrie perceptive à une géométrie instrumentée** : les propriétés des figures usuelles (carré, triangle, rectangle, losange), les relations entre les objets géométriques (perpendicularité, parallélisme) doivent être justifiées en référence à l'utilisation des outils (règle, équerre, compas).

- En outre il serait intéressant de faire à nouveau apparaître (comme c'était le cas dans les programmes de 2002) une typologie des tâches proposées aux élèves dans le domaine de la géométrie plane : **la reconnaissance, reproduction, construction, description** d'une figure constituent des tâches complémentaires qui s'articulent en général au sein d'une même séquence (il en est de même pour les objets de l'espace, pour lesquels se pose également la question de la **représentation** plane). Le repérage de cette typologie peut par conséquent aider l'enseignant à concevoir une séquence d'apprentissage.

LES GRANDEURS ET LES MESURES

Le domaine des grandeurs et des mesures est important et demande de penser une **articulation avec les apprentissages géométriques et numériques.**

Je n'imagine pas de réel bouleversement dans les progressions sur ce domaine (qui restent assez stables entre 2002 et 2008), mais ici encore, des éclaircissements sur les points qui doivent retenir toute l'attention de l'enseignant. En particulier la question **du sens des activités liées à la mesure** est cruciale. Voici deux exemples pour illustrer mon propos :

- **au cycle 2, la règle graduée** ne doit pas être introduite comme un outil formel, utilisé selon un protocole auquel l'élève ne donnerait aucun sens. Il faut avant tout construire le principe du report d'un étalon dans les activités de mesurage, afin de comprendre qu'on compte le nombre de centimètres placés « bout à bout » dans le segment que l'on cherche à mesurer.

- **au cycle 3, l'utilisation d'un tableau de conversion** ne doit pas être vue comme le seul moyen de passer d'une mesure exprimée dans une unité à une autre. La signification des suffixes centi, milli, déca,... doit permettre de pouvoir convertir mentalement certaines mesures, dans des contextes « réalistes » (on peut passer des mètres aux kilomètres pour évoquer l'altitude d'un avion, par exemple, mais on ne cherche pas à exprimer une telle mesure en mm). De telles pratiques doivent contribuer à donner aux élèves des ordres de grandeurs sur les mesures d'usages courants (longueur d'un stade, distance entre Lille et Marseille, poids d'un être humain à l'âge adulte, etc...)

LA RESOLUTION DE PROBLEMES

Les programmes devraient permettre de resituer les ***différents types de problèmes mathématiques*** susceptibles d'être utilisés dans un cadre scolaire. Que l'on utilise une typologie mise en avant par R. Charnay dans les programmes de 2002 ou par J. Douaire et F. Emprin dans le document « le nombre au cycle 3 » accompagnant les programmes de 2008, celle-ci devra être explicitée afin de fournir des éléments de réflexion importants pour l'enseignant *(les fonctions des différents types de problèmes, les difficultés fréquentes chez les élèves, l'apprentissage de la résolution de problèmes, la distinction entre les procédures personnelles et expertes, la distinction entre les écrits de recherche et ceux pour communiquer une réponse, etc...).*

Les programmes doivent mettre en garde contre une dérive rencontrée très fréquemment chez les enseignants ces dernières années, sans doute issue d'une mauvaise interprétation des programmes de 2002 :

De nombreux enseignants de cycle 3 ont instauré un créneau « problèmes » dans l'emploi du temps pour y consacrer chaque semaine la résolution d'un problème original. Ainsi, à chaque séance, un problème nouveau était introduit et résolu « par la classe » : après une phase de recherche, c'est souvent les meilleurs élèves qui « tenaient » une solution originale relativement efficace, tandis que les élèves plus en difficulté n'aboutissaient pas, ou avec des méthodes peu généralisables, utilisant des connaissances et des techniques d'un niveau moins élevé. Qu'à cela ne tienne, « le problème était résolu par la classe » et un autre problème original, différent du précédent, était proposé la semaine suivante.

De telles pratiques, souvent argumentées en disant que « l'important c'est de chercher », montrent que les enseignants se trompent dans l'enjeu de leur travail : ***un élève qui cherche sans trouver n'apprend pas sans doute pas à résoudre un problème***. Pour progresser, l'élève dont la recherche n'a pas abouti doit repérer, comprendre, puis mettre à l'épreuve des procédures de résolution. C'est bien le rôle de la mise en commun à l'issue de la recherche, à condition qu'une situation de reprise, sur un problème similaire, posé de manière proche dans le temps, permette effectivement à ces élèves d'expérimenter une des procédures qui aura été validée collectivement. C'est cette ***logique de «séquence » et non pas de « séance » de résolution de problèmes*** qui fait souvent défaut dans la mise en œuvre de la résolution de problèmes (alors que dans n'importe quel autre domaine, l'enseignant est en général convaincu qu'une seule séance ne suffit pas à apprendre une notion!).

Par ailleurs, on peut également questionner le ***choix des problèmes utilisés dans ces séances.*** Sous une terminologie très variée (problèmes ouverts, défis, casse-tête), des problèmes parfois dépourvus de contenu mathématique réel ont fait irruption dans la classe, sans que l'on puisse vraiment garantir leur intérêt d'un point de vue de l'apprentissage des mathématiques (un certain nombre de publications assez récentes soulèvent ce point, celles de M. Hersant en particulier).

Question 2 : Pourriez-vous nous faire part de votre position à propos des éléments avancés dans la conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques qui s'est tenue récemment ? http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale

Je ne peux qu'adhérer à ces conclusions tout à fait mesurées, et renchérir sur la préconisation évoquant la nécessité de redonner une importance à la formation initiale et continue pour former des professionnels de l'enseignement.

A cet égard, je ne pense pas que la rédaction de nouveaux programmes, à elle seule, permette de faire évoluer réellement les pratiques de l'enseignant. C'est l'accompagnement qui en sera fait par la rédaction de documents plus détaillés, leur diffusion par des actions de formation sur le terrain, par la mise en place de groupes de travail entre enseignants, etc.... qui permettra une réelle mise en œuvre de ces programmes.

Question 3 : Quels sont selon vous les points positifs et négatifs que vous voyez dans les programmes de 2002 ? Dans ceux de 2008 ?

Avantages programmes 2002 :	**Inconvénients programmes 2002 :**
- des programmes qui prennent en compte les ***obstacles*** rencontrées par les élèves dans les apprentissages *(exemple : on identifie clairement en fin de C2 les problèmes additifs-soustractifs qui peuvent être encore résolus par des procédures personnelles, alors que cette dimension disparaît dans les programmes de 2008)* - des programmes qui ***argumentent sur les choix réalisés*** *(exemple : la place relative du calcul automatisé, du calcul réfléchi, de la calculatrice, etc...)* - des ***documents d'application*** qui permettent de comprendre la signification de chacune des compétences de fin de cycle, à travers des explicitations et des exemples précis. C'est un ***outil qui me paraît indispensable pour des jeunes enseignants*** et qui a fait défaut aux programmes de 2008. - des ***documents d'accompagnement*** qui apportent des éclairages sur des ***problématiques importantes***. Ces documents étaient faciles à utiliser en formation initiale ou continue, mais sans doute peu consultés par les enseignants eux-mêmes de manière autonome pour préparer la classe ou approfondir leur réflexion (sauf dans le cadre de la réalisation d'un mémoire de cafipemf par exemple).	- des programmes publiés « pour tous » dans le commerce, sous forme de livre de poche. De mon point de vue, les programmes sont des outils destinés avant tout aux professionnels, et ils doivent être fléchés comme tels (même s'ils doivent, bien entendu, être accessibles à tous). C'est l'enseignant qui en a la maîtrise et qui peut expliquer tel ou tel point aux parents qui le souhaitent. Des programmes « vulgarisés pour le grand public » contribuent à nier la professionnalité des enseignants.

Avantages des programmes de 2008 :	**Inconvénients des programmes de 2008 :**
- centrés sur les savoirs et pas sur les processus d'apprentissage, les élèves et leurs difficultés, les programmes contribuent à laisser penser qu'enseigner à l'école primaire ne doit pas être bien compliqué, ce qui rend sans doute aux yeux du grand public le métier plus attractif ; - les parents « se reconnaissent mieux » dans les attendus des programmes de 2008 car ils sont plus proches dans leurs progressions de ceux des années 80 (*par exemple : nous on savait poser des divisions en sortant du primaire, c'est donc normal que mes enfants sachent aussi le faire).*	- les choix des contenus et des progressions ne sont jamais argumentés, ils ne se réfèrent pas à des principes pédagogiques explicites ou des réflexions didactiques particulières *(exemple : pourquoi poser la soustraction dès le CP, pour la première fois depuis plusieurs décennies ?)* - certains choix faits dans les programmes manquent de réflexion didactique sur des questions importantes *(la notion de procédures personnelles dans la résolution de problèmes, la distinction entre les différentes interprétations possibles des fractions, ...)* - l'élève et les obstacles qu'il pourrait rencontrer dans les apprentissages sont totalement absents des programmes, l'acquisition des notions listées dans les programmes semblerait « aller de soi » *Par exemple : les programmes indiquent que les élèves doivent «poser des opérations » et « résoudre des problèmes relevant des différentes opérations » en fin de C3. Une idée assez intuitive pour un enseignant débutant (idée complètement fausse) consiste à penser qu'il suffit d'enseigner les opérations posées pour que les élèves les utilisent dans les problèmes.*

Question 4 : Pourriez-vous décrire explicitement et concrètement quelques situations exemplaires, qu'il serait possible de relier aux contenus essentiels proposés dans les programmes ?

Situation 1 : le sens de la dizaine (au CP)

Un obstacle important pour les élèves de CP (et parfois CE1), est celui de la compréhension du « sens de la dizaine » (comme le disent souvent les enseignants). L'existence d'un tel obstacle est clairement identifiée dans les programmes de 2002, mais passée sous silence dans ceux de 2008.

L'enjeu d'un tel apprentissage ne consiste pas simplement (contrairement à ce que pensent parfois les enseignants débutants) à savoir affirmer que dans 35 « 3 est le chiffre des dizaines » et « 5 est le chiffre des unités », mais de comprendre le sens de ces affirmations :

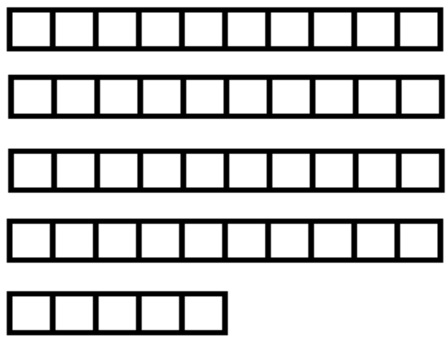
- si une collection de cubes comporte 3 barres de dix cubes et 5 cubes seuls, alors le total de cubes est 35, car le chiffre des dizaines indique le nombre de barres de dix une fois que la collection a été organisée, le chiffre des unités le nombre de cubes restants. Le regroupement par dix de la collection de cubes, permet d'éviter de recompter de 1 en 1 (ou même de 10 en 10) l'ensemble des cubes.
- à l'inverse si je veux produire une collection de 35 cubes à partir de matériel déjà organisé, il est inutile de piocher 35 cubes, il est beaucoup plus facile de prendre 3 barres de 10 cubes et 5 cubes seuls.

Des situations de recherche sous forme de communication écrite.

Matériel :

- plusieurs centaines de **cubes emboitables (de 1 cm de côté)**, qui jouent le rôle des « voitures » (*les catalogues professionnels vendent en général 1000 cubes de ce type pour 30 euros environ)*

- des **fiches** sur lesquelles sont dessinées des collections de **carrés (de 1 cm de côté)**, qui jouent le rôle des « **parkings** » ; les places de parking sont organisées par rangées de dix, avec éventuellement une rangée supplémentaire qui comporte moins de places.



Exemple de parking de 45 places (image réduite)

La classe est organisée afin de pouvoir mettre en place une **situation de communication** : les élèves sont partagés en deux groupes de même effectif, « les émetteurs » et les « récepteurs » ; la séance se déroule alors comme suit :
- chaque émetteur dispose d'un « parking », il doit remplir un bon de commande qu'il transmettra à un coéquipier « récepteur » afin de pouvoir recevoir une voiture pour chaque place (pas plus, pas moins).
- chaque récepteur dispose d'une collection de cubes en vrac et doit préparer la commande qui

est transmise par son coéquipier émetteur. Lorsque la commande est prête, les deux coéquipiers se retrouvent pour valider le résultat par superposition effective des voitures sur les places de parking.

À l'issue de la phase de recherche l'enseignant organise une phase de mise en commun afin de mettre au jour les difficultés rencontrées et de dégager certaines notions mathématiques importantes.

Ce type de séance est repris plusieurs fois (à partir de la période 3 par de l'année), en faisant évoluer certains paramètres :
- ***la nature du bon de commande*** : un bon de commande libre peut dans un premier temps faire apparaître des écritures du type 101010105 (lues par l'enseignant lors de la mise en commun « cent un million dix mille cent cinq ») qui vont amener les élèves à rectifier l'écriture pour obtenir 10+10+10+10+5. Plus tard, on bon de commande de format « imposé », qui nécessite la communication de trois informations : le nombre total de voitures, le nombre de groupes de dix, le nombre de voitures seules, permettra de faire émerger le lien entre l'écriture du nombre et la signification des deux chiffres qui la composent.
- ***l'organisation de la collection de cubes*** : dès les premiers essais, les élèves vont prendre conscience de l'intérêt de préparer rapidement et sans erreur les commandes transmises par leurs camarades. Le groupement par dix, induit par le matériel des émetteurs s'imposera alors.

Des séances de reprise sous formes d'exercices.

Pour consolider les premières acquisitions faites au travers des situations de recherche précédentes, le même matériel peut être proposé dans des exercices :
- écrire sur l'ardoise le nombre de places contenues dans le parking montré par l'enseignant durant un temps très court (il faut repérer les dizaines et les unités, puisque le dénombrement devrait être impossible dans un laps de temps réduit) ;
- préparer rapidement une collection de cubes correspondant à un nombre de cubes imposé (nombre à deux chiffres bien entendu).

Situation 2 : numération et calcul de sommes (du CP au CE2)

Il est important de donner du sens aux connaissances relevant de la numération, en les « faisant fonctionner » dans des situations appropriées. Une adaptation du célèbre « jeu de la boîte » permet de viser un tel objectif.

L'enseignant met dans une boite du matériel structuré (des « dizaines » et des « unités ») par ajouts successifs, les élèves doivent prévoir sur leur ardoise la quantité globale contenue dans la boîte. Le ***résultat est validé par retour au matériel.***

Exemple en fin de CP :

- l'enseignant met « 5 cubes » puis « 3 barres de dix cubes » (valeurs annoncées oralement, éventuellement écrites au tableau), les élèves inscrivent le total de cubes sur leur ardoise. Les erreurs classiques 5+3 = 8 ou 53 vont être corrigées en référence au sens des chiffres qui composent l'écriture du nombre (le total est 35 cubes correspondant à 3 dizaines et 5 unités) ;

- l'enseignant met « 25 cubes » (en montrant « ostensiblement » les 2 barres de dix cubes et les 5 cubes seuls) puis « 36 cubes » (en montrant « ostensiblement » les 3 barres de dix cubes et les 6 cubes seuls). Les élèves vont devoir mettre en œuvre des procédures personnelles (de calcul réfléchi, à l'aide de l'écrit), pour trouver le total en gérant correctement la retenue : en schématisant, en écrivant la décomposition canonique de chaque nombre puis en prenant appui sur le comptage de dix en dix, etc...

Une telle activité peut être intéressante du CP au CE2, en jouant sur la taille des nombres (présence de dizaines, puis centaines, puis milliers), sur la nature du matériel utilisé (cubes, billets et pièces factices,...), sur l'opération en jeu (addition ou soustraction). Grâce à un ***TNI***, elle peut être très facilement ***simulée sur écran*** :

- grâce à la fonction « clôner un objet à l'infini », on peut mettre en scène la fabrication d'une collection à partir du dessin initial d'une dizaine et d'une unité.
- grâce à la fonction « rideau » on peut cacher la collection lors de la recherche des élèves et la montrer lors de la validation.

Situation 3 : enveloppes et fractions décimales (en CM2 ou sixième)

Les élèves découvrent au CM les nombres décimaux comme une nouvelle écriture des fractions décimales. Ils perçoivent que le principe de fractionnement successif de l'unité (en dixièmes, centièmes, millièmes,...) permet de généraliser au cas décimal la règle de groupement et d'échange « dix contre un », connue sur les entiers (dix dixièmes valent une unité, dix centièmes valent un dixième, etc...).

Dans la continuité de la proposition précédente, on peut imaginer une situation permettant de faire fonctionner cette règle d'échange dix contre un et de lui donner du sens (en repensant le rôle d'une retenue dans une addition posée par exemple).

Exemple : chaque groupe de 4 élèves est composé de deux binômes.

Le binôme 1 possède une enveloppe comportant : 3 étiquettes de valeur 1, 6 étiquettes de valeur 1/10, 2 étiquettes de valeur 1/100, 7 étiquettes de valeur 1/1000

Le binôme 2 possède une enveloppe comportant : 5 étiquettes de valeur 1, 7 étiquettes de valeur 1/10, 3 étiquettes de valeur 1/100, 8 étiquettes de valeur 1/1000.

On se met d'accord sur la valeur totale de chaque enveloppe (3,627 pour le binôme 1 et 5,738 pour le binôme 2) puis les collections sont rassemblées et le groupe doit déterminer la valeur totale de l'ensemble des étiquettes, simplement en manipulant la collection, sans possibilité d'utiliser un crayon pour effectuer des calculs.

Cette mise en scène conduit les élèves à organiser la collection :

- il faut ranger de gauche à droite les unités, dixièmes, centièmes, millièmes ;
- il faut regrouper les étiquettes par paquets de dix et les déplacer (ou les échanger) pour faire apparaître une unité d'un ordre immédiatement supérieur (par exemple on mettra le paquet de dix millièmes dans la colonne centièmes).

Ainsi organisée, la collection permet d'annoncer le résultat 9,365 et une ***vérification par le calcul posé*** permettra de redonner a posteriori du ***sens aux deux retenues***, perçues comme des échanges dix contre un dans la manipulation de la collection d'étiquettes.

On peut retrouver de telles propositions, largement étayées d'un point de vue didactique, accompagnées d'extraits vidéos en classe, dans le DVD de M. Fénichel et C. Taveau : Enseigner les mathématiques au cycle 3 - Deux situations d'apprentissage en images (le cercle sans tourner en rond ; l'enveloppe des nombres).

Situation 4 : résoudre un problème de proportionnalité par une procédure personnelle.

Un enseignement organisé de la proportionnalité peut débuter à partir du cycle 3 (lorsque « les quatre opérations » sont connues et que leur usage se conforte) mais c'est tout au long des différentes années au collège qu'il se structurera.

Au cycle 3, la proportionnalité doit être vue avant tout comme un ensemble de problèmes dont la résolution permet de **réinvestir les connaissances des élèves** construites par ailleurs (en particulier dans le domaine des opérations, de la représentation des données numériques). Ainsi, les élèves doivent être capables de **résoudre des problèmes de proportionnalité par des procédures variées**, en s'appuyant sur le sens des situations pour imaginer de telles procédures et les expliciter *(par exemple le raisonnement « si un train roule à vitesse régulière, il parcourt une distance 3 fois plus grande s'il roule 3 fois plus longtemps » peut être formulé dès le cycle 3, sans pour autant qu'il soit nécessaire de faire référence à la propriété d'homogénéité d'une fonction linéaire ni même au fonctionnement d'un tableau de proportionnalité !*).

Les programmes de 2008 ont généré la plus grande confusion chez les enseignants sur cette question : le terme « **règle de trois** » (qui n'était aucunement explicité dans les programmes) a été assimilé à « **produit en croix** » par beaucoup d'enseignants, rendant ainsi « légitime » à leurs yeux l'enseignement d'une technique très formelle, impossible à justifier auprès des élèves (et qui relevait toujours du programme de 4è au collège, ce qu'ignoraient en général les professeurs des écoles).

Pour lever toute incertitude sur les attendus d'un élève de fin de cycle 3 dans ce domaine, plus qu'une activité « emblématique », c'est la mise en œuvre d'une séance « ordinaire » autour de la résolution de problèmes de proportionnalité que je proposerais, en explicitant clairement :

- la **nature des procédures** susceptibles d'être proposées par les élèves (et celles qui peuvent être « **institutionnalisées** », car on les rencontrera régulièrement dans ces problèmes) ;
- la façon d'aider les élèves à **transcrire leurs procédures** (avec par exemple des flèches pour traduire la correspondance entre des valeurs numériques correspondant à des grandeurs différentes) ;
- la **manière dont le tableau peut apparaître de manière naturelle**, pour organiser les données dans ce type de problèmes (qui comportent souvent des questions enchaînées, donc beaucoup de nombres à gérer) ;

Des exemples de telles mises en œuvre peuvent se trouver dans les ERMEL CM1/CM2/6è, Hatier pédagogie.

Question 5 :   Quels sont les liens possibles avec les autres disciplines dans le cadre du projet de socle commun de connaissances, de compétences et de culture ? ***http://cache.media.education.gouv.fr/file/06_Juin/38/8/CSP_Socle_commun_de_connaissances_competences_culture_328388.pdf (Vous pouvez là aussi illustrer votre propos à travers une ou deux situations qui vous paraîtraient particulièrement pertinentes).***

La mise en œuvre de projets interdisciplinaires est l'occasion de montrer que les mathématiques apportent très souvent des outils utiles aux autres disciplines (en particuliers les sciences et l'EPS) :

- **la fabrication d'une maquette du système solaire au CM** : utilisation des grands nombres, exploitation de la proportionnalité via des calculs impliquant des échelles. *On peut retrouver des propositions intéressantes sur le site de « la main à pâte » ou sur plusieurs sites académiques*.

- **l'évaluation des performances dans les activités athlétiques au CP/CE1 :** la course, les lancers, les sauts en longueur sont autant d'occasion de découvrir et/ou de réinvestir des moyens de comparer puis de mesurer des grandeurs *(on peut retrouver des propositions en ce sens dans l'ouvrage de A. Blanchouin et N. Pfaff « education physique et notions mathématiques », Bordas).*

- la fabrication d'un livret de sudokus au CE1/CE2 : on trouve dans le commerce des livrets de sudokus destinés aux enfants à partir de 6 ans. A partir de la découverte de ce « jeu de logique » peut être lancé dans la classe un projet de fabrication d'un livret de sudokus. Le tracé » des grilles permettra de réinvestir les constructions et mesures à la règle, et le contrôle des angles droits à l'équerre (*je dispose d'un diaporama de présentation d'un tel projet réalisé par des stagiaires lors d'un stage en responsabilité*).

Question 6 : Auriez-vous des recommandations à faire sur la forme et l'écriture des futurs programmes ?

De mon point de vue, les programmes :

Doivent :

Se ***centrer sur les élèves*** (les apprentissages des élèves et des obstacles principaux à surmonter (pas seulement des savoirs à acquérir).

Faire comprendre ***la richesse et la complexité du travail de l'enseignant***, apporter des éléments de réponse sur des questions importantes (gestion de l'hétérogénéité de la classe, évaluation des élèves, supports de travail utilisés en classe de mathématiques,....) ;

Justifier les principes sous-jacents retenus.

Etre ***destinés aux enseignants en priorité*** et constituer un outil de travail réel pour eux : des documents d'application doivent en particulier expliciter les compétences attendues en fin de niveaux ou de cycles.

Ne doivent pas :

Etre « édulcorés » pour devenir faciles d'accès pour tous (par exemple en ne listant que les notions à apprendre à chaque cycle), et laisser croire ainsi qu'un enseignant est seulement quelqu'un qui dispose des connaissances d'un élève de cycle 3 (ils n'ont pas à être publiés sous forme de « livre de poche »!).

Une ***publication différente, accompagnant les programmes, peut être destinée aux parents*** et adaptée à leurs rôles et leurs préoccupations (« que va apprendre mon enfant à l'école ? » ou «comment accompagner à la maison mon enfant ?»), même si je pense que c'est d'abord à l'enseignant d'éclairer ces points lors de la réunion de rentrée.

BIBLIOGRAPHIE POSSIBLE

J'indique quelques ouvrages qui peuvent venir étayer mon propos. Je m'abstiens délibérément de faire référence à des articles... pour éviter d'aboutir à une bibliographie trop longue !

C. Berdonneau « aider les élèves en difficulté en mathématiques au CP/CE1 », 2 tomes, Hachette Education, 2006

R. Brissiaud « comment les enfants apprennent à calculer ? », Retz, 2003.

D. Butlen « le calcul mental : entre sens et technique », Presse Universitaire de Franche Comté, 2007.

R. Charnay « pourquoi les mathématiques à l'école ? », ESF, 1996.

R. Charnay « Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale ? », Hatier, 2013.

M. Fénichel et C. Taveau « Enseigner les mathématiques au cycle 3 - Deux situations d'apprentissage en images (le cercle sans tourner en rond ; l'enveloppe des nombres) », SCEREN Créteil, 2009

M. Fénichel et C. Taveau «Enseigner les mathématiques au cycle 2 - Deux situations d'apprentissage en images : combien de bûchettes ? Le petit moulin », SCEREN Créteil 2007

ERMEL « apprentissages numériques et résolution de problèmes », un tome pour chaque niveau de la GS à la 6è, Hatier, (éditions à partir de 2005)

ERMEL « apprentissages géométriques et résolution de problèmes », cycle 3, Hatier, 2006

IGEN « l'enseignement des mathématiques au cycle 3 », rapport publié en 2006

MEN « le nombre au cycle 2 », CNDP, 2010 (disponible gratuitement sur le site eduscol)

MEN « le nombre au cycle 3 », CNDP, 2012 (disponible gratuitement sur le site eduscol)