Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Annexe 1
Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI)**

Discipline : **Mathématiques**

Première année

Classe préparatoire MPSI
Programme de mathématiques

Table des matières

Le programme de mathématiques de MPSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.
Le programme du premier semestre est conçu de façon à viser trois objectifs majeurs :
– assurer la progressivité du passage aux études supérieures, en tenant compte des nouveaux programmes du cycle terminal de la filière S, dont il consolide et élargit les acquis ;
– consolider la formation des étudiants dans les domaines de la logique, du raisonnement et des techniques de calcul, qui sont des outils indispensables tant aux mathématiques qu'aux autres disciplines scientifiques ;
– présenter des notions nouvelles riches, de manière à susciter l'intérêt des étudiants.

Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :
– l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstration des théorèmes figurant au programme ;
– le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique bien conçue permet de développer :
– **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
– **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
– **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
– **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
– **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
– **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation, TIPE) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités.

La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et illustrent certains résultats d'analyse.
Selon Galilée, fondateur de la science expérimentale, le grand livre de la nature est écrit en langage mathématique. Il n'est donc pas surprenant que les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. La globalité et la complexité du réel exigent le croisement des regards disciplinaires. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes...)

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.
Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

Architecture et contenu du programme

L'année est découpée en deux semestres. À l'intérieur de chaque semestre, un équilibre est réalisé entre les différents champs du programme : analyse, algèbre, géométrie. S'y ajoute, au deuxième semestre, une introduction limitée d'un enseignement de probabilités visant à consolider les notions figurant dans le programme de Terminale S et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles ou les universités.
L'étude de chaque domaine permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, d'établir des liens avec les autres disciplines, et de nourrir les thèmes susceptibles d'être abordés lors des TIPE.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants. Ceux-ci doivent également savoir utiliser les fonctionnalités graphiques des calculatrices et des logiciels.

Afin de contribuer au développement des compétences de modélisation et de représentation, le programme préconise le recours à des figures géométriques pour aborder l'algèbre linéaire, les espaces euclidiens, les fonctions de variable réelle. Les notions de géométrie affine et euclidienne étudiées au lycée sont reprises dans un cadre plus général.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier est l'étude de l'arithmétique des entiers relatifs et des polynômes à une indéterminée. Le second, nettement plus volumineux, est consacré aux notions de base de l'algèbre linéaire, pour laquelle un équilibre est réalisé entre les points de vue géométrique et numérique. Il importe de souligner le caractère général des méthodes linéaires, notamment à travers leurs interventions en analyse et en géométrie.

Le programme d'analyse est centré autour des concepts fondamentaux de fonction et de suite. Les interactions entre les aspects discret et continu sont mises en valeur. Le programme d'analyse combine l'étude de problèmes qualitatifs et quantitatifs, il développe conjointement l'étude du comportement global de suite ou de fonction avec celle de leur comportement local ou asymptotique. À ce titre, les méthodes de l'analyse asymptotique font l'objet d'un chapitre spécifique, qui est exploité ultérieurement dans l'étude des séries. Pour l'étude des solutions des équations, le programme allie les problèmes d'existence et d'unicité, les méthodes de calcul exact et les méthodes d'approximation.

La pratique de calculs simples permet aux étudiants de s'approprier de manière effective les notions du programme. Le choix a donc été fait d'introduire très tôt un module substantiel visant à consolider les pratiques de calcul (dérivation des fonctions, calcul de primitives, résolution de certains types d'équations différentielles). Les théories sous-jacentes sont étudiées ultérieurement, ce qui doit en faciliter l'assimilation.
Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre directement (c'est-à-dire sans recourir à un instrument de calcul), sur des exemples simples, un certain nombre de méthodes de calcul, mais aussi connaître leur cadre d'application et la forme des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

L'enseignement des probabilités se place dans le cadre des univers finis. Il a vocation à interagir avec le reste du programme. La notion de variable aléatoire permet d'aborder des situations réelles nécessitant une modélisation probabiliste.

Le volume global du programme a été conçu pour libérer des temps dédiés à une mise en activité effective des étudiants, quel que soit le contexte proposé (cours, travaux dirigés, TIPE).

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.
À l'intérieur de chaque semestre, le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. À l'intérieur de chaque semestre, le professeur conduit en toute liberté, dans le respect de la cohérence de la formation globale, l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes. En particulier, la chronologie retenue dans la présentation des différents chapitres de chaque semestre ne doit pas être interprétée comme un modèle de progression. Cependant, la progression retenue au cours du premier semestre doit respecter les

objectifs de l'enseignement dispensé au cours de cette période. Ces objectifs sont détaillés dans le bandeau qui suit le titre « Premier semestre ».
Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

– celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
– celles qui sont indiquées dans les bandeaux ou dans la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
– celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit en particulier des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme.

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.
Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.
Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole $\leftrightarrows$PC pour la physique et la chimie, $\leftrightarrows$ SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et $\leftrightarrows$ I pour l'informatique.
On pourra aussi se reporter à l'appendice aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

– pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
– didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

Premier semestre

Le premier semestre vise deux objectifs majeurs :

• aménager un passage progressif de la classe de Terminale à l'enseignement supérieur en commençant par renforcer et approfondir les connaissances des bacheliers. À ce titre, le chapitre « Raisonnement et vocabulaire ensembliste » regroupe des notions de logique et d'algèbre générale dont la plupart ont été mises en place au lycée. Il s'agit de les consolider et de les structurer afin qu'elles soient maîtrisées par les étudiants à la fin du premier semestre. Ce chapitre n'a pas vocation à être enseigné d'un seul tenant et en tout début de semestre. Le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse » est axé sur la pratique des techniques de l'analyse réelle, basée sur l'application de théorèmes qui sont admis à ce stade ;

• susciter la curiosité et l'intérêt des étudiants en leur présentant un spectre suffisamment large de problématiques et de champs nouveaux. Les chapitres « Nombres réels et suites numériques », et « Limites, continuité, dérivabilité » instaurent les fondements de l'analyse réelle. Y sont en particulier démontrés les théorèmes qui justifient les techniques présentées dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse ». Par la possibilité qu'il offre de combiner beaucoup d'idées et de techniques étudiées au cours du premier semestre, le chapitre « Polynômes et fractions rationnelles » peut constituer un objet d'étude pertinent pour la fin du semestre.
Les ensembles de nombres usuels $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ sont supposés connus.

Raisonnement et vocabulaire ensembliste

Ce chapitre regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnement nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions doivent être introduites de manière progressive en vue d'être acquises en fin de premier semestre.
Le programme se limite strictement aux notions de base figurant ci-dessous. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Rudiments de logique	
Quantificateurs.	L'emploi de quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.
Implication, contraposition, équivalence.	Les étudiants doivent savoir formuler la négation d'une proposition.
Modes de raisonnement : par récurrence (faible et forte), par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse.	On pourra relier le raisonnement par récurrence au fait que toute partie non vide de $\mathbb{N}$ possède un plus petit élément. Toute construction et toute axiomatique de $\mathbb{N}$ sont hors programme. Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et condition suffisante.
b) Ensembles	
Ensemble, appartenance, inclusion. Sous-ensemble (ou partie).	Ensemble vide.
Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, différence, passage au complémentaire.	Notation $A \setminus B$ pour la différence et $E \setminus A$, $\overline{A}$ et $\complement_E^A$ pour le complémentaire.
Produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles.	
Ensemble des parties d'un ensemble.	Notation $\mathscr{P}(E)$.
c) Applications et relations	
Application d'un ensemble dans un ensemble. Graphe d'une application.	Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F. Le programme ne distingue pas les notions de fonction et d'application. Notations $\mathscr{F}(E,F)$ et F^E.
Famille d'éléments d'un ensemble.	
Fonction indicatrice d'une partie d'un ensemble.	Notation $\mathbb{1}_A$.
Restriction et prolongement.	Notation $f\|_A$.
Image directe.	Notation $f(A)$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Image réciproque.	Notation $f^{-1}(B)$. Cette notation pouvant prêter à confusion, on peut provisoirement en utiliser une autre.
Composition.	
Injection, surjection. Composée de deux injections, de deux surjections.	
Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.	Compatibilité de la notation f^{-1} avec la notation d'une image réciproque.
Relation binaire sur un ensemble.	
Relation d'équivalence, classes d'équivalence.	La notion d'ensemble quotient est hors programme.
Relations de congruence modulo un réel sur $\mathbb{R}$, modulo un entier sur $\mathbb{Z}$.	
Relation d'ordre. Ordre partiel, total.	

Calculs algébriques

Ce chapitre a pour but de présenter quelques notations et techniques fondamentales de calcul algébrique.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Sommes et produits	
Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes.	Notations $\sum_{i\in I} a_i$, $\sum_{i=1}^{n} a_i$, $\prod_{i\in I} a_i$, $\prod_{i=1}^{n} a_i$. Sommes et produits télescopiques, exemples de changements d'indices et de regroupements de termes.
Expressions simplifiées de $\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$, $\sum_{k=0}^{n} x^k$.	
Factorisation de $a^n - b^n$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.	
Sommes doubles. Produit de deux sommes finies, sommes triangulaires.	
b) Coefficients binomiaux et formule du binôme	
Factorielle. Coefficients binomiaux.	Notation $\binom{n}{p}$.
Relation $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$.	
Formule et triangle de Pascal.	Lien avec la méthode d'obtention des coefficients binomiaux utilisée en Première (dénombrement de chemins).
Formule du binôme dans $\mathbb{C}$.	
c) Systèmes linéaires	
Système linéaire de n équations à p inconnues à coefficients dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.	⇆ PC et SI dans le cas $n = p = 2$. Interprétation géométrique : intersection de droites dans $\mathbb{R}^2$, de plans dans $\mathbb{R}^3$.
Système homogène associé. Structure de l'ensemble des solutions.	
Opérations élémentaires.	Notations $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow \lambda L_i$ $(\lambda \neq 0)$, $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.
Algorithme du pivot.	⇆ I : pour des systèmes de taille $n > 3$ ou $p > 3$, on utilise l'outil informatique.

Nombres complexes et trigonométrie

L'objectif de ce chapitre est de consolider et d'approfondir les notions sur les nombres complexes acquises en classe de Terminale. Le programme combine les aspects suivants :
- l'étude algébrique du corps $\mathbb{C}$, équations algébriques (équations du second degré, racines n-ièmes d'un nombre complexe) ;
- l'interprétation géométrique des nombres complexes et l'utilisation des nombres complexes en géométrie plane ;
- l'exponentielle complexe et ses applications à la trigonométrie.
Il est recommandé d'illustrer le cours par de nombreuses figures.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Nombres complexes	
Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes. Conjugaison, compatibilité avec les opérations.	La construction de $\mathbb{C}$ n'est pas exigible.
Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur.	On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.
b) Module	
Module. Relation $\lvert z\rvert^2 = z\bar{z}$, module d'un produit, d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.	Interprétation géométrique de $\lvert z - z'\rvert$, cercles et disques.
c) Nombres complexes de module 1 et trigonométrie	
Cercle trigonométrique. Paramétrisation par les fonctions circulaires.	Notation U. Les étudiants doivent savoir retrouver les formules du type $\cos(\pi - x) = -\cos x$ et résoudre des équations et inéquations trigonométriques en s'aidant du cercle trigonométrique.
Définition de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}t}$ pour $t \in \mathbb{R}$. Exponentielle d'une somme.	
Formules de trigonométrie exigibles : $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$, $\cos a \cos b$, $\sin a \cos b$, $\sin a \sin b$.	Les étudiants doivent savoir factoriser des expressions du type $\cos(p) + \cos(q)$.
Fonction tangente.	La fonction tangente n'a pas été introduite au lycée. Notation tan.
Formule exigible : $\tan(a \pm b)$.	
Formules d'Euler.	Linéarisation, calcul de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kt)$, de $\sum_{k=0}^{n} \sin(kt)$.
Formule de Moivre.	Les étudiants doivent savoir retrouver les expressions de $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos t$ et $\sin t$.
d) Formes trigonométriques	
Forme trigonométrique $r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ avec $r > 0$ d'un nombre complexe non nul. Arguments. Arguments d'un produit, d'un quotient.	Relation de congruence modulo 2π sur $\mathbb{R}$.
Factorisation de $1 \pm \mathrm{e}^{\mathrm{i}t}$.	
Transformation de $a \cos t + b \sin t$ en $A \cos(t - \varphi)$.	$\leftrightarrows$ PC et SI : amplitude et phase.
e) Équations du second degré	
Résolution des équations du second degré dans $\mathbb{C}$.	Calcul des racines carrées d'un nombre complexe donné sous forme algébrique.
Somme et produit des racines.	
f) Racines n-ièmes	
Description des racines n-ièmes de l'unité, d'un nombre complexe non nul donné sous forme trigonométrique.	Notation $\mathbb{U}_n$. Représentation géométrique.

Contenus	Capacités & Commentaires
g) Exponentielle complexe	
Définition de e^z pour z complexe : $e^z = e^{\mathrm{Re}(z)} e^{i\,\mathrm{Im}(z)}$.	Notations $\exp(z)$, e^z. ⇆ PC et SI : définition d'une impédance complexe en régime sinusoïdal.
Exponentielle d'une somme. Pour tous z et z' dans $\mathbb{C}$, $\exp(z) = \exp(z')$ si et seulement si $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$. Résolution de l'équation $\exp(z) = a$.	
h) Interprétation géométrique des nombres complexes	
Interprétation géométrique du module et de l'argument de $\dfrac{c-b}{c-a}$.	Traduction de l'alignement, de l'orthogonalité.
Interprétation géométrique des applications $z \mapsto az + b$.	Similitudes directes. Cas particuliers : translations, homothéties, rotations.
Interprétation géométrique de la conjugaison.	L'étude générale des similitudes indirectes est hors programme.

Techniques fondamentales de calcul en analyse

Le point de vue adopté dans ce chapitre est principalement pratique : il s'agit, en prenant appui sur les acquis du lycée, de mettre en œuvre des techniques de l'analyse, en particulier celles de majoration. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul différentiel ou intégral utilisées sont différées à un chapitre ultérieur. Cette appropriation en deux temps est destinée à faciliter les apprentissages.
Les objectifs de formation sont les suivants :

- *une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;*
- *l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;*
- *la manipulation des fonctions classiques dont le corpus est étendu ;*
- *le calcul de dérivées et de primitives ;*
- *la mise en pratique, sur des exemples simples, de l'intégration par parties et du changement de variable ;*
- *l'application des deux points précédents aux équations différentielles.*

Les étudiants doivent connaître les principales techniques de calcul et savoir les mettre en pratique sur des cas simples. Le cours sur les équations différentielles est illustré par des exemples issus des autres disciplines scientifiques.

A - Inégalités dans $\mathbb{R}$

Contenus	Capacités & commentaires
Relation d'ordre sur $\mathbb{R}$. Compatibilité avec les opérations.	Exemples de majoration et de minoration de sommes, de produits et de quotients.
Parties positive et négative d'un réel. Valeur absolue. Inégalité triangulaire.	Notations x^+, x^-.
Intervalles de $\mathbb{R}$.	Interprétation sur la droite réelle d'inégalités du type $\|x - a\| \leqslant b$.
Parties majorées, minorées, bornées. Majorant, minorant ; maximum, minimum.	

B - Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles ou complexes

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités sur les fonctions	
Ensemble de définition.	
Représentation graphique d'une fonction f à valeurs réelles.	Graphes des fonctions $x \mapsto f(x)+a$, $x \mapsto f(x+a)$, $x \mapsto f(a-x)$, $x \mapsto f(ax)$, $x \mapsto a f(x)$. Résolution graphique d'équations et d'inéquations du type $f(x)=\lambda$ et $f(x) \geqslant \lambda$.
Parité, imparité, périodicité.	Interprétation géométrique de ces propriétés.
Somme, produit, composée.	
Monotonie (large et stricte).	
Fonctions majorées, minorées, bornées.	Traduction géométrique de ces propriétés. Une fonction f est bornée si et seulement si $\|f\|$ est majorée.
b) Dérivation	
Équation de la tangente en un point.	
Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée.	Ces résultats sont admis à ce stade. ⇆ SI : étude cinématique. ⇆ PC : exemples de calculs de dérivées partielles. À ce stade, toute théorie sur les fonctions de plusieurs variables est hors programme.
Caractérisation des fonctions dérivables constantes, monotones, strictement monotones sur un intervalle.	Résultats admis à ce stade. Les étudiants doivent savoir introduire des fonctions pour établir des inégalités.
Tableau de variation.	
Graphe d'une réciproque.	
Dérivée d'une réciproque.	Interprétation géométrique de la dérivabilité et du calcul de la dérivée d'une bijection réciproque.
Dérivées d'ordre supérieur.	
c) Étude d'une fonction	
Détermination des symétries et des périodicités afin de réduire le domaine d'étude, tableau de variations, asymptotes verticales et horizontales, tracé du graphe.	Application à la recherche d'extremums et à l'obtention d'inégalités.
d) Fonctions usuelles	
Fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.	Dérivée, variation et graphe. Les fonctions puissances sont définies sur $\mathbb{R}_+^*$ et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur $\mathbb{R}_-^*$. ⇆ SI : logarithme décimal pour la représentation des diagrammes de Bode.
Relations $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$, $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$, $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.	
Croissances comparées des fonctions logarithme, puissances et exponentielle.	
Fonctions sinus, cosinus, tangente.	⇆ PC et SI.
Fonctions circulaires réciproques.	Notations Arcsin, Arccos, Arctan.
Fonctions hyperboliques.	Notations sh, ch, th. Seule relation de trigonométrie hyperbolique exigible : $\text{ch}^2 x - \text{sh}^2 x = 1$. Les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme.
e) Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle	
Dérivée d'une fonction à valeurs complexes.	La dérivée est définie par ses parties réelle et imaginaire.

Contenus	Capacités & Commentaires
Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient. Dérivée de $\exp(\varphi)$ où φ est une fonction dérivable à valeurs complexes.	Brève extension des résultats sur les fonctions à valeurs réelles. ⇆ PC et SI : électrocinétique.

C - Primitives et équations différentielles linéaires

Contenus	Capacités & commentaires
a) Calcul de primitives	
Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes.	Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles. Les étudiants doivent savoir utiliser les primitives de $x \mapsto \mathrm{e}^{\lambda x}$ pour calculer celles de $x \mapsto \mathrm{e}^{ax}\cos(bx)$ et $x \mapsto \mathrm{e}^{ax}\sin(bx)$. ⇆ PC et SI : cinématique.
Primitives des fonctions puissances, trigonométriques et hyperboliques, exponentielle, logarithme, $$x \mapsto \frac{1}{1+x^2}, \quad x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$	Les étudiants doivent savoir calculer les primitives de fonctions du type $$x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$$ et reconnaître les dérivées de fonctions composées.
Dérivée de $x \mapsto \int_{x_0}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$ où f est continue.	Résultat admis à ce stade.
Toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives. Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.	
Intégration par parties pour des fonctions de classe $\mathscr{C}^1$. Changement de variable : si φ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et si f est continue sur $\varphi(I)$, alors pour tous a et b dans I $$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\,\mathrm{d}t.$$	On définit à cette occasion la classe $\mathscr{C}^1$. Application au calcul de primitives.
b) Équations différentielles linéaires du premier ordre	
Notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre : $$y' + a(x)y = b(x)$$ où a et b sont des fonctions continues définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ à valeurs réelles ou complexes.	Équation homogène associée. Cas particulier où la fonction a est constante.
Résolution d'une équation homogène.	
Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.	⇆ PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.
Principe de superposition. Méthode de la variation de la constante.	
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	⇆ PC et SI : modélisation de circuits électriques RC, RL ou de systèmes mécaniques linéaires.

Contenus	Capacités & commentaires
c) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants	
Notion d'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$ où a et b sont des scalaires et f est une application continue à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.	Équation homogène associée.
Résolution de l'équation homogène.	Si a et b sont réels, description des solutions réelles.
Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.	Les étudiants doivent savoir déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme $x \mapsto Ae^{\lambda x}$ avec $(A,\lambda) \in \mathbb{C}^2$, $x \mapsto B\cos(\omega x)$ et $x \mapsto B\sin(\omega x)$ avec $(B,\omega) \in \mathbb{R}^2$. ⇆ PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.
Principe de superposition.	
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	La démonstration de ce résultat est hors programme. ⇆ PC et SI : modélisation des circuits électriques LC, RLC et de systèmes mécaniques linéaires.

Nombres réels et suites numériques

L'objectif de ce chapitre est de fonder rigoureusement le cours d'analyse relatif aux propriétés des nombres réels. Il convient d'insister sur l'aspect fondateur de la propriété de la borne supérieure.
Dans l'étude des suites, on distingue les aspects qualitatifs (monotonie, convergence, divergence) des aspects quantitatifs (majoration, encadrement, vitesse de convergence ou de divergence).
Il convient de souligner l'intérêt des suites, tant du point de vue pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximation de nombres réels).

Contenus	Capacités & commentaires
a) Ensembles de nombres usuels	
Entiers naturels, relatifs, nombres décimaux, rationnels, réels, irrationnels.	La construction de $\mathbb{R}$ est hors programme.
Partie entière.	Notation $\lfloor x \rfloor$.
Approximations décimales d'un réel.	Valeurs décimales approchées à la précision 10^{-n} par défaut et par excès. ⇆ I : représentation des réels en machine.
Tout intervalle ouvert non vide rencontre $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Droite achevée $\overline{\mathbb{R}}$.	
b) Propriété de la borne supérieure	
Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de $\mathbb{R}$. Une partie X de $\mathbb{R}$ est un intervalle si et seulement si pour tous $a, b \in X$ tels que $a \leqslant b$, $[a,b] \subset X$.	
c) Généralités sur les suites réelles	
Suite majorée, minorée, bornée. Suite stationnaire, monotone, strictement monotone.	Une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée si et seulement si $\big(\lvert u_n\rvert\big)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée.
d) Limite d'une suite réelle	
Limite finie ou infinie d'une suite.	Pour $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$, notation $u_n \longrightarrow \ell$. Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Lien avec la définition vue en Terminale.

Contenus	Capacités & Commentaires
Unicité de la limite. Suite convergente, divergente. Toute suite convergente est bornée. Opérations sur les limites : combinaison linéaire, produit, quotient. Stabilité des inégalités larges par passage à la limite. Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\ell > 0$, alors $u_n > 0$ à partir d'un certain rang. Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.	Notation $\lim u_n$. Produit d'une suite bornée et d'une suite de limite nulle.

e) Suites monotones

Théorème de la limite monotone : toute suite monotone possède une limite. Théorème des suites adjacentes.	Toute suite croissante majorée converge, toute suite croissante non majorée tend vers $+\infty$.

f) Suites extraites

Suite extraite. Si une suite possède une limite, toutes ses suites extraites possèdent la même limite. Théorème de Bolzano-Weierstrass.	Utilisation pour montrer la divergence d'une suite. Si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) tendent vers ℓ, alors (u_n) tend vers ℓ. Les étudiants doivent connaître le principe de la démonstration par dichotomie, mais la formalisation précise n'est pas exigible. La notion de valeur d'adhérence est hors programme.

g) Traduction séquentielle de certaines propriétés

Partie dense de $\mathbb{R}$.	Une partie de $\mathbb{R}$ est dense dans $\mathbb{R}$ si elle rencontre tout intervalle ouvert non vide. Densité de l'ensemble des décimaux, des rationnels, des irrationnels.
Caractérisation séquentielle de la densité. Si X est une partie non vide majorée (resp. non majorée) de $\mathbb{R}$, il existe une suite d'éléments de X de limite $\sup X$ (resp. $+\infty$).	

h) Suites complexes

Brève extension des définitions et résultats précédents.	Caractérisation de la limite en termes de parties réelle et imaginaire.
Théorème de Bolzano-Weierstrass.	La démonstration n'est pas exigible.

i) Suites particulières

Suite arithmétique, géométrique. Suite arithmético-géométrique. Suite récurrente linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants.	Les étudiants doivent savoir déterminer une expression du terme général de ces suites.
Exemples de suites définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.	Seul résultat exigible : si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers ℓ et si f est continue en ℓ, alors $f(\ell) = \ell$.

Limites, continuité, dérivabilité

Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde.
Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.
Les fonctions sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ non vide et non réduit à un point et, sauf dans les paragraphes A-e) et B-f), sont à valeurs réelles.
Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction f définie sur I est vraie au voisinage de a si elle est vraie sur l'intersection de I avec un intervalle ouvert centré sur a si a est réel, avec un intervalle $[A,+\infty[$ si $a=+\infty$, avec un intervalle $]-\infty,A]$ si $a=-\infty$.

A - Limites et continuité

Le paragraphe a) consiste largement en des adaptations au cas continu de notions déjà abordées pour les suites. Afin d'éviter des répétitions, le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.
Pour la pratique du calcul de limites, on se borne à ce stade à des calculs très simples, en attendant de pouvoir disposer d'outils efficaces (développements limités).

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Limite d'une fonction en un point	
Étant donné un point a de $\overline{\mathbb{R}}$ appartenant à I ou extrémité de I, limite finie ou infinie d'une fonction en a.	Notations $f(x) \underset{x\to a}{\longrightarrow} \ell$. Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges.
Unicité de la limite.	Notations $\lim\limits_{x\to a} f(x)$.
Si f est définie en a et possède une limite en a, alors $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$. Si f possède une limite finie en a, f est bornée au voisinage de a.	
Limite à droite, limite à gauche.	Notations $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x>a}} f(x)$ ou $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.
Extension de la notion de limite en a lorsque f est définie sur $I\setminus\{a\}$. Caractérisation séquentielle de la limite (finie ou infinie). Opérations sur les limites : combinaison linéaire, produit, quotient, composition. Stabilité des inégalités larges par passage à la limite. Théorèmes d'encadrement (limite finie), de minoration (limite $+\infty$), de majoration (limite $-\infty$). Théorème de la limite monotone.	
b) Continuité	
Continuité, prolongement par continuité en un point. Continuité à gauche, à droite. Caractérisation séquentielle de la continuité en un point. Opérations sur les fonctions continues en un point : combinaison linéaire, produit, quotient, composition. Continuité sur un intervalle.	
c) Image d'un intervalle par une fonction continue	
Théorème des valeurs intermédiaires.	Cas d'une fonction strictement monotone. ⇆ I : application de l'algorithme de dichotomie à la recherche d'un zéro d'une fonction continue.
L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.	
d) Image d'un segment par une fonction continue	
Toute fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.	La démonstration n'est pas exigible.

Contenus	Capacités & Commentaires
L'image d'un segment par une fonction continue est un segment.	
e) Continuité et injectivité	
Toute fonction continue injective sur un intervalle est strictement monotone. La réciproque d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle est continue.	La démonstration n'est pas exigible.
f) Fonctions complexes	
Brève extension des définitions et résultats précédents.	Caractérisation de la limite et de la continuité à l'aide de parties réelle et imaginaire.

B - Dérivabilité

Contenus	Capacités & commentaires
a) Nombre dérivé, fonction dérivée	
Dérivabilité en un point, nombre dérivé.	Développement limité à l'ordre 1. Interprétation géométrique. ⇆ SI : identification d'un modèle de comportement au voisinage d'un point de fonctionnement. ⇆ SI : représentation graphique de la fonction sinus cardinal au voisinage de 0. ⇆ I : méthode de Newton.
La dérivabilité entraîne la continuité. Dérivabilité à gauche, à droite. Dérivabilité et dérivée sur un intervalle.	
Opérations sur les fonctions dérivables et les dérivées : combinaison linéaire, produit, quotient, composition, réciproque.	Tangente au graphe d'une réciproque.
b) Extremum local et point critique	
Extremum local. Condition nécessaire en un point intérieur	Un point critique est un zéro de la dérivée.
c) Théorèmes de Rolle et des accroissements finis	
Théorème de Rolle.	Utilisation pour établir l'existence de zéros d'une fonction.
Égalité des accroissements finis. Inégalité des accroissements finis : si f est dérivable et si $\lvert f'\rvert$ est majorée par K, alors f est K-lipschitzienne.	Interprétations géométrique et cinématique. La notion de fonction lipschitzienne est introduite à cette occasion. Application à l'étude des suites définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.
Caractérisation des fonctions dérivables constantes, monotones, strictement monotones sur un intervalle.	
Théorème de la limite de la dérivée : si f est continue sur I, dérivable sur $I \setminus \{a\}$ et si $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x\neq a}} f'(x) = \ell \in \overline{\mathbb{R}}$, alors $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = \ell$.	Interprétation géométrique. Si $\ell \in \mathbb{R}$, alors f est dérivable en a et f' est continue en a.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
d) Fonctions de classe C^k	
Pour $k \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$, fonction de classe $\mathscr{C}^k$.	
Opérations sur les fonctions de classe $\mathscr{C}^k$: combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composition, réciproque.	Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.
Théorème de classe $\mathscr{C}^k$ par prolongement : si f est de classe $\mathscr{C}^k$ sur $I \setminus \{a\}$ et si $f^{(i)}(x)$ possède une limite finie lorsque x tend vers a pour tout $i \in \{0,\dots,k\}$, alors f admet un prolongement de classe $\mathscr{C}^k$ sur I.	
e) Fonctions complexes	
Brève extension des définitions et résultats précédents.	Caractérisation de la dérivabilité en termes de parties réelle et imaginaire.
Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.	Le résultat, admis à ce stade, sera justifié dans le chapitre « Intégration ».

Analyse asymptotique

L'objectif de ce chapitre est de familiariser les étudiants avec les techniques asymptotiques de base, dans les cadres discret et continu. Les suites et les fonctions y sont à valeurs réelles ou complexes, le cas réel jouant un rôle prépondérant.
On donne la priorité à la pratique d'exercices plutôt qu'à la vérification de propriétés élémentaires relatives aux relations de comparaison.
Les étudiants doivent connaître les développements limités usuels et savoir rapidement mener à bien des calculs asymptotiques simples. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils logiciels.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Relations de comparaison : cas des suites	
Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence.	Notations $u_n = O(v_n)$, $u_n = o(v_n)$, $u_n \sim v_n$. On définit ces relations à partir du quotient $\dfrac{u_n}{v_n}$ sous l'hypothèse que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ne s'annule pas à partir d'un certain rang. Traduction à l'aide du symbole o des croissances comparées des suites de termes généraux $\ln^\beta(n)$, n^α, $e^{\gamma n}$.
Liens entre les relations de comparaison.	Équivalence des relations $u_n \sim v_n$ et $u_n - v_n = o(v_n)$.
Opérations sur les équivalents : produit, quotient, puissances.	
Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.	
b) Relations de comparaison : cas des fonctions	
Adaptation aux fonctions des définitions et résultats précédents.	
c) Développements limités	
Développement limité, unicité des coefficients, troncature.	Développement limité en 0 d'une fonction paire, impaire.
Forme normalisée d'un développement limité : $f(a+h) \underset{h\to 0}{=} h^p\big(a_0+a_1h+\ldots+a_nh^n+o(h^n)\big)$ avec $a_0 \neq 0$.	Équivalence $f(a+h) \underset{h\to 0}{\sim} a_0h^p$; signe de f au voisinage de a.

Contenus	Capacités & Commentaires
Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit, quotient.	Utilisation de la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement. Les étudiants doivent savoir déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une composée, mais aucun résultat général n'est exigible. La division selon les puissances croissantes est hors programme.
Primitivation d'un développement limité.	
Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre n en un point d'une fonction de classe $\mathscr{C}^n$.	La formule de Taylor-Young peut être admise à ce stade et justifiée dans le chapitre « Intégration ».
Développement limité à tout ordre en 0 de exp, sin, cos, sh, ch, $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$, Arctan, et de tan à l'ordre 3.	
Utilisation des développements limités pour préciser l'allure d'une courbe au voisinage d'un point.	Condition nécessaire, condition suffisante à l'ordre 2 pour un extremum local.

d) Exemples de développements asymptotiques

	La notion de développement asymptotique est présentée sur des exemples simples. La notion d'échelle de comparaison est hors programme.
Formule de Stirling.	La démonstration n'est pas exigible.

Arithmétique dans l'ensemble des entiers relatifs

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les propriétés de la divisibilité des entiers et des congruences.

Contenus	Capacités & commentaires

a) Divisibilité et division euclidienne

Divisibilité dans $\mathbb{Z}$, diviseurs, multiples.	Caractérisation des couples d'entiers associés.
Théorème de la division euclidienne.	

b) PGCD et algorithme d'Euclide

PGCD de deux entiers naturels dont l'un au moins est non nul.	Le PGCD de a et b est défini comme étant le plus grand élément (pour l'ordre naturel dans $\mathbb{N}$) de l'ensemble des diviseurs communs à a et b. Notation $a \wedge b$.
Algorithme d'Euclide.	L'ensemble des diviseurs communs à a et b est égal à l'ensemble des diviseurs de $a \wedge b$. $a \wedge b$ est le plus grand élément (au sens de la divisibilité) de l'ensemble des diviseurs communs à a et b.
Extension au cas de deux entiers relatifs.	
Relation de Bézout.	L'algorithme d'Euclide fournit une relation de Bézout. ⇆ I : algorithme d'Euclide étendu. L'étude des idéaux de $\mathbb{Z}$ est hors programme.
PPCM.	Notation $a \vee b$. Lien avec le PGCD.

c) Entiers premiers entre eux

Couple d'entiers premiers entre eux.	
Théorème de Bézout.	Forme irréductible d'un rationnel.
Lemme de Gauss.	

Contenus	Capacités & Commentaires
PGCD d'un nombre fini d'entiers, relation de Bézout. Entiers premiers entre eux dans leur ensemble, premiers entre eux deux à deux.	
d) Nombres premiers	
Nombre premier. L'ensemble des nombres premiers est infini. Existence et unicité de la décomposition d'un entier naturel non nul en produit de nombres premiers. Pour p premier, valuation p-adique.	⇆ I : crible d'Eratosthène. Notation $v_p(n)$. Caractérisation de la divisibilité en termes de valuations p-adiques. Expressions du PGCD et du PPCM à l'aide des valuations p-adiques.
e) Congruences	
Relation de congruence modulo un entier sur $\mathbb{Z}$. Opérations sur les congruences : somme, produit. Petit théorème de Fermat.	Notation $a \equiv b\ [n]$. Les anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ sont hors programme.

Structures algébriques usuelles

Le programme, strictement limité au vocabulaire décrit ci-dessous, a pour objectif de permettre une présentation unifiée des exemples usuels. En particulier, l'étude de lois artificielles est exclue.
La notion de sous-groupe figure dans ce chapitre par commodité. Le professeur a la liberté de l'introduire plus tard.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Lois de composition internes	
Loi de composition interne. Associativité, commutativité, élément neutre, inversibilité, distributivité. Partie stable.	 Inversibilité et inverse du produit de deux éléments inversibles.
b) Structure de groupe	
Groupe. Groupe des permutations d'un ensemble. Sous-groupe : définition, caractérisation.	Notation x^n dans un groupe multiplicatif, nx dans un groupe additif. Exemples usuels : groupes additifs $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, groupes multiplicatifs $\mathbb{Q}^*$, $\mathbb{Q}_+^*$, $\mathbb{R}^*$, $\mathbb{R}_+^*$, $\mathbb{C}^*$, $\mathbb{U}$, $\mathbb{U}_n$. Notation S_X.
c) Structures d'anneau et de corps	
Anneau, corps. Calcul dans un anneau. Groupe des inversibles d'un anneau.	Tout anneau est unitaire, tout corps est commutatif. Exemples usuels : $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$. Relation $a^n - b^n$ et formule du binôme si a et b commutent.

Polynômes et fractions rationnelles

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les propriétés de base de ces objets formels et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques.
L'arithmétique de $\mathbb{K}[X]$ est développée selon le plan déjà utilisé pour l'arithmétique de $\mathbb{Z}$, ce qui autorise un exposé allégé.
D'autre part, le programme se limite au cas où le corps de base $\mathbb{K}$ est $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Anneau des polynômes à une indéterminée	
Anneau $\mathbb{K}[X]$.	La contruction de $\mathbb{K}[X]$ n'est pas exigible. Notations $\sum_{i=0}^{d} a_i X^i$, $\sum_{i=0}^{+\infty} a_i X^i$.
Degré, coefficient dominant, polynôme unitaire.	Le degré du polynôme nul est $-\infty$. Ensemble $\mathbb{K}_n[X]$ des polynômes de degré au plus n.
Degré d'une somme, d'un produit. Composition.	Le produit de deux polynômes non nuls est non nul. ⇆ I : représentation informatique d'un polynôme ; somme, produit.
b) Divisibilité et division euclidienne	
Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$, diviseurs, multiples. Théorème de la division euclidienne.	Caractérisation des couples de polynômes associés. ⇆ I : algorithme de la division euclidienne.
c) Fonctions polynomiales et racines	
Fonction polynomiale associée à un polynôme. Racine (ou zéro) d'un polynôme, caractérisation en termes de divisibilité.	
Le nombre de racines d'un polynôme non nul est majoré par son degré.	Détermination d'un polynôme par la fonction polynomiale associée.
Multiplicité d'une racine.	Si $P(\lambda) \neq 0$, λ est racine de P de multiplicité 0.
Polynôme scindé. Relations entre coefficients et racines.	Aucune connaissance spécifique sur le calcul des fonctions symétriques des racines n'est exigible.
d) Dérivation	
Dérivée formelle d'un polynôme.	Pour $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, lien avec la dérivée de la fonction polynomiale associée.
Opérations sur les polynômes dérivés : combinaison linéaire, produit. Formule de Leibniz. Formule de Taylor polynomiale. Caractérisation de la multiplicité d'une racine par les polynômes dérivés successifs.	
e) Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$	
PGCD de deux polynômes dont l'un au moins est non nul. Algorithme d'Euclide.	Tout diviseur commun à A et B de degré maximal est appelé un PGCD de A et B. L'ensemble des diviseurs communs à A et B est égal à l'ensemble des diviseurs d'un de leurs PGCD. Tous les PGCD de A et B sont associés ; un seul est unitaire. On le note $A \wedge B$.
Relation de Bézout.	L'algorithme d'Euclide fournit une relation de Bézout. ⇆ I : algorithme d'Euclide étendu. L'étude des idéaux de $\mathbb{K}[X]$ est hors programme.
PPCM.	Notation $A \vee B$. Lien avec le PGCD.
Couple de polynômes premiers entre eux. Théorème de Bézout. Lemme de Gauss.	

Contenus	Capacités & Commentaires
PGCD d'un nombre fini de polynômes, relation de Bézout. Polynômes premiers entre eux dans leur ensemble, premiers entre eux deux à deux.	

f) Polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$

Théorème de d'Alembert-Gauss. Polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$. Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$.	La démonstration est hors programme. Caractérisation de la divisibilité dans $\mathbb{C}[X]$ à l'aide des racines et des multiplicités. Factorisation de $X^n - 1$ dans $\mathbb{C}[X]$.
Polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$. Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$.	

g) Formule d'interpolation de Lagrange

Si $x_1, \dots, x_n$ sont des éléments distincts de $\mathbb{K}$ et $y_1, \dots, y_n$ des éléments de $\mathbb{K}$, il existe un et un seul $P \in \mathbb{K}_{n-1}[X]$ tel que pour tout i : $P(x_i) = y_i$.	Expression de P. Description des polynômes Q tels que pour tout i : $Q(x_i) = y_i$.

h) Fractions rationnelles

Corps $\mathbb{K}(X)$. Forme irréductible d'une fraction rationnelle. Fonction rationnelle. Degré, partie entière, zéros et pôles, multiplicités.	La construction de $\mathbb{K}(X)$ n'est pas exigible.

i) Décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$ et sur $\mathbb{R}$

Existence et unicité de la décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$ et sur $\mathbb{R}$.	La démonstration est hors programme. On évitera toute technicité excessive. La division selon les puissances croissantes est hors programme.
Si λ est un pôle simple, coefficient de $\dfrac{1}{X-\lambda}$. Décomposition en éléments simples de $\dfrac{P'}{P}$.	

Deuxième semestre

Le programme du deuxième semestre est organisé autour de trois objectifs :
– introduire les notions fondamentales relatives à l'algèbre linéaire et aux espaces préhilbertiens ;
– prolonger les chapitres d'analyse du premier semestre par l'étude de l'intégration sur un segment et des séries numériques, et achever ainsi la justification des résultats admis dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse » ;
– consolider les notions relatives aux probabilités sur un univers fini introduites au lycée et enrichir le corpus des connaissances sur les variables aléatoires définies sur un tel univers.

Le professeur a la liberté d'organiser l'enseignement du semestre de la manière qui lui semble la mieux adaptée.

Espaces vectoriels et applications linéaires

Dans tout le cours d'algèbre linéaire, le corps $\mathbb{K}$ est égal à $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.
Le programme d'algèbre linéaire est divisé en deux chapitres d'importance comparable, intitulés « Algèbre linéaire I » et « Algèbre linéaire II ». Le premier privilégie les objets géométriques : espaces, sous-espaces, applications linéaires. Le second est consacré aux matrices. Cette séparation est une commodité de rédaction. Le professeur a la liberté d'organiser l'enseignement de l'algèbre linéaire de la manière qu'il estime la mieux adaptée.
Les objectifs du chapitre « Espaces vectoriels et applications linéaires » sont les suivants :
– *acquérir les notions de base relatives aux espaces vectoriels et à l'indépendance linéaire ;*
– *reconnaître les problèmes linéaires et les modéliser à l'aide des notions d'espace vectoriel et d'application linéaire ;*
– *définir la notion de dimension, qui interprète le nombre de degrés de liberté d'un problème linéaire ; il convient d'insister sur les méthodes de calcul de dimension, de faire apparaître que ces méthodes reposent sur deux types de représentations : paramétrisation linéaire d'un sous-espace, description d'un sous-espace par équations linéaires ;*
– *présenter un certain nombre de notions de géométrie affine, de manière à consolider et enrichir les acquis relatifs à la partie affine de la géométrie classique du plan et de l'espace.*

Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à la dimension quelconque.

A - Espaces vectoriels

Contenus	Capacités & commentaires
a) Espaces vectoriels	
Structure de $\mathbb{K}$ espace vectoriel.	Espaces $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$.
Produit d'un nombre fini d'espaces vectoriels.	
Espace vectoriel des fonctions d'un ensemble dans un espace vectoriel.	Espace $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ des suites d'éléments de $\mathbb{K}$.
Famille presque nulle (ou à support fini) de scalaires, combinaison linéaire d'une famille de vecteurs.	On commence par la notion de combinaison linéaire d'une famille finie de vecteurs.
b) Sous-espaces vectoriels	
Sous-espace vectoriel : définition, caractérisation.	Sous-espace nul. Droites vectorielles de $\mathbb{R}^2$, droites et plans vectoriels de $\mathbb{R}^3$. Sous-espaces $\mathbb{K}_n[X]$ de $\mathbb{K}[X]$.
Intersection d'une famille de sous-espaces vectoriels.	
Sous-espace vectoriel engendré par une partie X.	Notations $\mathrm{Vect}(X)$, $\mathrm{Vect}(x_i)_{i\in I}$. Tout sous-espace contenant X contient $\mathrm{Vect}(X)$.
c) Familles de vecteurs	
Familles et parties génératrices.	
Familles et parties libres, liées.	
Base, coordonnées.	Bases canoniques de $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathbb{K}[X]$.
d) Somme d'un nombre fini de sous-espaces	
Somme de deux sous-espaces.	
Somme directe de deux sous-espaces. Caractérisation par l'intersection.	La somme $F+G$ est directe si la décomposition de tout vecteur de $F+G$ comme somme d'un élément de F et d'un élément de G est unique.

Contenus	Capacités & Commentaires
Sous-espaces supplémentaires. Somme d'un nombre fini de sous-espaces. Somme directe d'un nombre fini de sous-espaces. Caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul.	La somme $F_1 + \cdots + F_p$ est directe si la décomposition de tout vecteur de $F_1 + \cdots + F_p$ sous la forme $x_1 + \cdots + x_p$ avec $x_i \in F_i$ est unique.

B - Espaces de dimension finie

Contenus	Capacités & commentaires
a) Existence de bases	
Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il possède une famille génératrice finie.	
Si $(x_i)_{1 \leqslant i \leqslant n}$ engendre E et si $(x_i)_{i \in I}$ est libre pour une certaine partie I de $\{1, \ldots, n\}$, alors il existe une partie J de $\{1, \ldots, n\}$ contenant I pour laquelle $(x_j)_{j \in J}$ est une base de E.	Existence de bases en dimension finie. Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice on peut extraire une base. Théorème de la base incomplète : toute famille libre peut être complétée en une base.
b) Dimension d'un espace de dimension finie	
Dans un espace engendré par n vecteurs, toute famille de $n+1$ vecteurs est liée.	
Dimension d'un espace de dimension finie.	Dimensions de $\mathbb{K}^n$, de $\mathbb{K}_n[X]$, de l'espace des solutions d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 1, de l'espace des solutions d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants, de l'espace des suites vérifiant une relation de récurrence linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants.
En dimension n, une famille de n vecteurs est une base si et seulement si elle est libre, si et seulement si elle est génératrice. Dimension d'un produit fini d'espaces vectoriels de dimension finie.	
Rang d'une famille finie de vecteurs.	Notation $\mathrm{rg}(x_1, \ldots, x_n)$.
c) Sous-espaces et dimension	
Dimension d'un sous-espace d'un espace de dimension finie, cas d'égalité.	Sous-espaces de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.
Tout sous-espace d'un espace de dimension finie possède un supplémentaire. Base adaptée à un sous-espace, à une décomposition en somme directe d'un nombre fini de sous-espaces. Dimension d'une somme de deux sous-espaces ; formule de Grassmann. Caractérisation des couples de sous-espaces supplémentaires. Si $F_1, \ldots, F_p$ sont des sous-espaces de dimension finie, alors : $\dim \sum_{i=1}^{p} F_i \leqslant \sum_{i=1}^{p} \dim F_i$, avec égalité si et seulement si la somme est directe.	Dimension commune des supplémentaires.

C - Applications linéaires

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Application linéaire.	
Opérations sur les applications linéaires : combinaison linéaire, composition, réciproque. Isomorphismes.	L'ensemble $\mathcal{L}(E,F)$ est un espace vectoriel. Bilinéarité de la composition.
Image et image réciproque d'un sous-espace par une application linéaire. Image d'une application linéaire.	
Noyau d'une application linéaire. Caractérisation de l'injectivité.	
Si $(x_i)_{i\in I}$ est une famille génératrice de E et si $u\in\mathcal{L}(E,F)$, alors $\operatorname{Im} u = \operatorname{Vect}(u(x_i), i\in I)$.	
Image d'une base par un isomorphisme.	
Application linéaire de rang fini, rang. Invariance par composition par un isomorphisme.	Notation $\operatorname{rg}(u)$.
b) Endomorphismes	
Identité, homothéties.	Notation Id_E.
Anneau $(\mathcal{L}(E),+,\circ)$.	Non commutativité si $\dim E \geqslant 2$. Notation vu pour la composée $v\circ u$.
Projection ou projecteur, symétrie : définition géométrique, caractérisation des endomorphismes vérifiant $p^2=p$ et $s^2=\operatorname{Id}$.	
Automorphismes. Groupe linéaire.	Notation $\operatorname{GL}(E)$.
c) Détermination d'une application linéaire	
Si $(e_i)_{i\in I}$ est une base de E et $(f_i)_{i\in I}$ une famille de vecteurs de F, alors il existe une et une seule application $u\in\mathcal{L}(E,F)$ telle que pour tout $i\in I$: $\quad u(e_i)=f_i$.	Caractérisation de l'injectivité, de la surjectivité, de la bijectivité de u.
Classification, à isomorphisme près, des espaces de dimension finie par leur dimension.	
Une application linéaire entre deux espaces de même dimension finie est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.	
Un endomorphisme d'un espace de dimension finie est inversible à gauche si et seulement s'il est inversible à droite.	
Dimension de $\mathcal{L}(E,F)$ si E et F sont de dimension finie.	
Si $E_1,\dots,E_p$ sont des sous-espaces de E tels que $E=\bigoplus_{i=1}^{p} E_i$ et si $u_i\in\mathcal{L}(E_i,F)$ pour tout i, alors il existe une et une seule application $u\in\mathcal{L}(E,F)$ telle que $u_{\vert E_i}=u_i$ pour tout i.	
d) Théorème du rang	
Si $u\in\mathcal{L}(E,F)$ et si S est un supplémentaire de $\operatorname{Ker} u$ dans E, alors u induit un isomorphisme de S sur $\operatorname{Im} u$.	
Théorème du rang : $\quad \dim E = \dim\operatorname{Ker} u + \operatorname{rg}(u)$.	
e) Formes linéaires et hyperplans	
Forme linéaire.	Formes coordonnées relativement à une base.
Hyperplan.	Un hyperplan est le noyau d'une forme linéaire non nulle. Équations d'un hyperplan dans une base en dimension finie.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Si H est un hyperplan de E, alors pour toute droite D non contenue dans H : $E = H \oplus D$. Réciproquement, tout supplémentaire d'une droite est un hyperplan.	En dimension n, les hyperplans sont exactement les sous-espaces de dimension $n-1$.
Comparaison de deux équations d'un même hyperplan.	
Si E est un espace de dimension finie n, l'intersection de m hyperplans est de dimension au moins $n-m$. Réciproquement, tout sous-espace de E de dimension $n-m$ est l'intersection de m hyperplans.	Droites vectorielles de $\mathbb{R}^2$, droites et plans vectoriels de $\mathbb{R}^3$. L'étude de la dualité est hors programme.

D - Sous-espaces affines d'un espace vectoriel

Le but de cette partie est double :
- *montrer comment l'algèbre linéaire permet d'étendre les notions de géométrie affine étudiées au collège et au lycée et d'utiliser l'intuition géométrique dans un cadre élargi.*
- *modéliser un problème affine par une équation $u(x) = a$ où u est une application linéaire, et unifier plusieurs situations de ce type déjà rencontrées.*

Cette partie du cours doit être illustrée par de nombreuses figures.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Présentation informelle de la structure affine d'un espace vectoriel : points et vecteurs.	L'écriture $B = A + \vec{u}$ est équivalente à la relation $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
Translation.	
Sous-espace affine d'un espace vectoriel, direction. Hyperplan affine.	Sous-espaces affines de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.
Intersection de sous-espaces affines.	
Si $u \in \mathscr{L}(E,F)$, l'ensemble des solutions de l'équation $u(x) = a$ d'inconnue x est soit l'ensemble vide, soit un sous-espace affine dirigé par $\operatorname{Ker} u$.	Retour sur les systèmes linéaires, les équations différentielles linéaires d'ordres 1 et 2 et la recherche de polynômes interpolateurs. La notion d'application affine est hors programme.
Repère affine, coordonnées.	

Matrices

Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :
- *introduire les matrices et le calcul matriciel ;*
- *présenter les liens entre applications linéaires et matrices, de manière à exploiter les changements de registres (géométrique, numérique, formel) ;*
- *étudier l'effet d'un changement de bases sur la représentation matricielle d'une application linéaire et la relation d'équivalence qui s'en déduit sur $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$;*
- *introduire brièvement la relation de similitude sur $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$;*
- *étudier les opérations élémentaires et les systèmes linéaires.*

A - Calcul matriciel

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Espaces de matrices	
Espace vectoriel $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$.	
Base canonique de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.	Dimension de $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
b) Produit matriciel	
Bilinéarité, associativité.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Produit d'une matrice de la base canonique de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ par une matrice de la base canonique de $\mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$.	
Anneau $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.	Non commutativité si $n \geqslant 2$. Exemples de diviseurs de zéro et de matrices nilpotentes.
Formule du binôme.	Application au calcul de puissances.
Matrice inversible, inverse. Groupe linéaire.	Notation $\mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$.
Produit de matrices diagonales, de matrices triangulaires supérieures, inférieures.	
c) Transposition	
Transposée d'une matrice.	Notations ${}^tA$, A^T.
Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit, inverse.	

B - Matrices et applications linéaires

Contenus	Capacités & commentaires
a) Matrice d'une application linéaire dans des bases	
Matrice d'une famille de vecteurs dans une base, d'une application linéaire dans un couple de bases.	Notation $\mathrm{Mat}_{e,f}(u)$. Isomorphisme $u \mapsto \mathrm{Mat}_{e,f}(u)$.
Coordonnées de l'image d'un vecteur par une application linéaire.	
Matrice d'une composée d'applications linéaires. Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.	Cas particulier des endomorphismes.
b) Application linéaire canoniquement associée à une matrice	
Noyau, image et rang d'une matrice.	Les colonnes engendrent l'image, les lignes donnent un système d'équations du noyau. Une matrice carrée est inversible si et seulement si son noyau est réduit au sous-espace nul.
Condition d'inversibilité d'une matrice triangulaire. L'inverse d'une matrice triangulaire est une matrice triangulaire.	
d) Blocs	
Matrice par blocs.	Interprétation géométrique.
Théorème du produit par blocs.	La démonstration n'est pas exigible.

C - Changements de bases, équivalence et similitude

Contenus	Capacités & commentaires
a) Changements de bases	
Matrice de passage d'une base à une autre.	La matrice de passage $P_e^{e'}$ de e à e' est la matrice de la famille e' dans la base e. Inversibilité et inverse de $P_e^{e'}$.
Effet d'un changement de base sur les coordonnées d'un vecteur, sur la matrice d'une application linéaire.	
b) Matrices équivalentes et rang	
Si $u \in \mathscr{L}(E,F)$ est de rang r, il existe une base e de E et une base f de F telles que : $\mathrm{Mat}_{e,f}(u) = J_r$. Matrices équivalentes. Une matrice est de rang r si et seulement si elle est équivalente à J_r. Invariance du rang par transposition. Rang d'une matrice extraite. Caractérisation du rang par les matrices carrées extraites.	La matrice J_r a tous ses coefficients nuls à l'exception des r premiers coefficients diagonaux, égaux à 1. Interprétation géométrique. Classification des matrices équivalentes par le rang.
c) Matrices semblables et trace	
Matrices semblables. Trace d'une matrice carrée.	Interprétation géométrique.
Linéarité de la trace, relation $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$, invariance par similitude.	Notations $\mathrm{tr}(A)$, $\mathrm{Tr}(A)$.
Trace d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie. Linéarité, relation $\mathrm{tr}(uv) = \mathrm{tr}(vu)$.	Notations $\mathrm{tr}(u)$, $\mathrm{Tr}(u)$. Trace d'un projecteur.

D - Opérations élémentaires et systèmes linéaires

Contenus	Capacités & commentaires
a) Opérations élémentaires	
Interprétation en termes de produit matriciel.	Les opérations élémentaires sont décrites dans le paragraphe « Systèmes linéaires » du chapitre « Calculs algébriques ».
Les opérations élémentaires sur les colonnes (resp. lignes) conservent l'image (resp. le noyau). Les opérations élémentaires conservent le rang.	Application au calcul du rang et à l'inversion de matrices.
b) Systèmes linéaires	
Écriture matricielle d'un système linéaire.	Interprétation géométrique : intersection d'hyperplans affines.
Système homogène associé. Rang, dimension de l'espace des solutions. Compatibilité d'un système linéaire. Structure affine de l'espace des solutions.	
Le système carré $Ax = b$ d'inconnue x possède une et une seule solution si et seulement si A est inversible. Système de Cramer. § Algorithme du pivot de Gauss.	Le théorème de Rouché-Fontené et les matrices bordantes sont hors programme.

Groupe symétrique et déterminants

A - Groupe symétrique

Le groupe symétrique est introduit exclusivement en vue de l'étude des déterminants.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Groupe des permutations de l'ensemble $\{1,\dots,n\}$. Cycle, transposition. Décomposition d'une permutation en produit de cycles à supports disjoints : existence et unicité.	Notation S_n. Notation $(a_1\ a_2\ \dots\ a_p)$. La démonstration n'est pas exigible, mais les étudiants doivent savoir décomposer une permutation. Commutativité de la décomposition.
b) Signature d'une permutation	
Tout élément de S_n est un produit de transpositions. Signature : il existe une et une seule application ε de S_n dans $\{-1,1\}$ telle que $\varepsilon(\tau)=-1$ pour toute transposition τ et $\varepsilon(\sigma\sigma')=\varepsilon(\sigma)\varepsilon(\sigma')$ pour toutes permutations σ et σ'.	La démonstration n'est pas exigible.

B - Déterminants

Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :
- *introduire la notion de déterminant d'une famille de vecteurs, en motivant sa construction par la géométrie ;*
- *établir les principales propriétés des déterminants des matrices carrées et des endomorphismes ;*
- *indiquer quelques méthodes simples de calcul de déterminants.*

Dans tout ce chapitre, E désigne un espace vectoriel de dimension finie $n \geqslant 1$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Formes n-linéaires alternées	
Forme n-linéaire alternée. Antisymétrie, effet d'une permutation.	La définition est motivée par les notions intuitives d'aire et de volume algébriques, en s'appuyant sur des figures. Si f est une forme n-linéaire alternée et si $(x_1,\dots,x_n)$ est une famille liée, alors $f(x_1,\dots,x_n)=0$.
b) Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base	
Si e est une base, il existe une et une seule forme n-linéaire alternée f pour laquelle $f(e)=1$. Toute forme n-linéaire alternée est un multiple de $\det_e$.	Notation $\det_e$. La démonstration de l'existence n'est pas exigible.
Expression du déterminant dans une base en fonction des coordonnées.	Dans $\mathbb{R}^2$ (resp. $\mathbb{R}^3$), interprétation du déterminant dans la base canonique comme aire orientée (resp. volume orienté) d'un parallélogramme (resp. parallélépipède).
Comparaison, si e et e' sont deux bases, de $\det_e$ et $\det_{e'}$. La famille $(x_1,\dots,x_n)$ est une base si et seulement si $\det_e(x_1,\dots,x_n)\neq 0$.	
Orientation d'un espace vectoriel réel de dimension finie.	$\leftrightarrows$ PC : orientation d'un espace de dimension 3.
c) Déterminant d'un endomorphisme	
Déterminant d'un endomorphisme. Déterminant d'une composée.	 Caractérisation des automorphismes.
d) Déterminant d'une matrice carrée	
Déterminant d'une matrice carrée. Déterminant d'un produit.	 Relation $\det(\lambda A)=\lambda^n \det(A)$. Caractérisation des matrices inversibles.

Contenus	Capacités & Commentaires
Déterminant d'une transposée.	

e) Calcul des déterminants

Effet des opérations élémentaires. Cofacteur. Développement par rapport à une ligne ou une colonne. Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs, d'une matrice triangulaire. Déterminant de Vandermonde.	

f) Comatrice

Comatrice. Relation $A\,{}^t\mathrm{Com}(A) = {}^t\mathrm{Com}(A)\,A = \det(A)\,I_n$.	Notation $\mathrm{Com}(A)$. Expression de l'inverse d'une matrice inversible.

Espaces préhilbertiens réels

La notion de produit scalaire a été étudiée d'un point de vue élémentaire dans l'enseignement secondaire. Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :

- *généraliser cette notion et exploiter, principalement à travers l'étude des projections orthogonales, l'intuition acquise dans des situations géométriques en dimension* 2 *ou* 3 *pour traiter des problèmes posés dans un contexte plus abstrait ;*
- *approfondir l'étude de la géométrie euclidienne du plan, notamment à travers l'étude des isométries vectorielles.*

Le cours doit être illustré par de nombreuses figures. Dans toute la suite, E est un espace vectoriel réel.

Contenus	Capacités & commentaires

a) Produit scalaire

Produit scalaire. Espace préhilbertien, espace euclidien. Produit scalaire canonique sur $\mathbb{R}^n$, produit scalaire $(f\|g) = \int_a^b fg$ sur $\mathscr{C}\big([a,b],\mathbb{R}\big)$.	Notations $\langle x, y\rangle$, $(x\|y)$, $x \cdot y$.

b) Norme associée à un produit scalaire

Norme associée à un produit scalaire, distance. Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité. Inégalité triangulaire, cas d'égalité. Formule de polarisation : $2\langle x, y\rangle = \|x+y\|^2 - \|x\|^2 - \|y\|^2$.	 Exemples : sommes finies, intégrales.

c) Orthogonalité

Vecteurs orthogonaux, orthogonal d'une partie. Famille orthogonale, orthonormale (ou orthonormée). Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre. Théorème de Pythagore. Algorithme d'orthonormalisation de Schmidt.	Notation $X^{\perp}$. L'orthogonal d'une partie est un sous-espace.

d) Bases orthonormales

Existence de bases orthonormales dans un espace euclidien. Théorème de la base orthonormale incomplète. Coordonnées dans une base orthonormale, expressions du produit scalaire et de la norme.	 ⇆ PC et SI : mécanique et électricité.

Contenus	Capacités & Commentaires
Produit mixte dans un espace euclidien orienté.	Notation $[x_1,\dots,x_n]$. Interprétation géométrique en termes de volume orienté, effet d'une application linéaire.

e) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie

Supplémentaire orthogonal d'un sous-espace de dimension finie.	En dimension finie, dimension de l'orthogonal.
Projection orthogonale. Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormale.	
Distance d'un vecteur à un sous-espace. Le projeté orthogonal de x sur V est l'unique élément de V qui minimise la distance de x à V.	Notation $d(x,V)$.

f) Hyperplans affines d'un espace euclidien

Vecteur normal à un hyperplan affine d'un espace euclidien. Si l'espace est orienté, orientation d'un hyperplan par un vecteur normal.	Lignes de niveau de $M \mapsto \overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}$.
Équations d'un hyperplan affine dans un repère orthonormal.	Cas particuliers de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.
Distance à un hyperplan affine défini par un point A et un vecteur normal unitaire $\vec{n}$: $\left\lvert\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}\right\rvert$.	Cas particuliers de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.

g) Isométries vectorielles d'un espace euclidien

Isométrie vectorielle (ou automorphisme orthogonal) : définition par la linéarité et la conservation des normes, caractérisation par la conservation du produit scalaire, caractérisation par l'image d'une base orthonormale.	
Symétrie orthogonale, réflexion.	
Groupe orthogonal.	Notation $\mathrm{O}(E)$.

h) Matrices orthogonales

Matrice orthogonale : définition ${}^tAA = I_n$, caractérisation par le caractère orthonormal de la famille des colonnes, des lignes.	
Groupe orthogonal.	Notations $\mathrm{O}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{O}(n)$.
Lien entre les notions de base orthonormale, isométrie et matrice orthogonale.	
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie. Matrice orthogonale positive, négative ; isométrie positive, négative.	
Groupe spécial orthogonal.	Notations $\mathrm{SO}(E)$, $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{SO}(n)$.

i) Isométries vectorielles en dimension 2

Description des matrices orthogonales et orthogonales positives de taille 2.	Lien entre les éléments de $\mathrm{SO}_2(\mathbb{R})$ et les nombres complexes de module 1.
Rotation vectorielle d'un plan euclidien orienté.	On introduira à cette occasion, sans soulever de difficulté sur la notion d'angle, la notion de mesure d'un angle orienté de vecteurs. ⇆ SI : mécanique.
Classification des isométries d'un plan euclidien orienté.	

Intégration

L'objectif majeur de ce chapitre est de définir l'intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment à valeurs réelles ou complexes et d'en établir les propriétés élémentaires, notamment le lien entre intégration et primitivation. On achève ainsi la justification des propriétés présentées dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse ».
Ce chapitre permet de consolider la pratique des techniques usuelles de calcul intégral. Il peut également offrir l'occasion de revenir sur l'étude des équations différentielles rencontrées au premier semestre.
La notion de continuité uniforme est introduite uniquement en vue de la construction de l'intégrale. L'étude systématique des fonctions uniformément continues est exclue.
Dans tout le chapitre, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Continuité uniforme	
Continuité uniforme.	
Théorème de Heine.	La démonstration n'est pas exigible.
b) Fonctions continues par morceaux	
Subdivision d'un segment, pas d'une subdivision. Fonction en escalier.	
Fonction continue par morceaux sur un segment, sur un intervalle.	Une fonction est continue par morceaux sur un intervalle I si sa restriction à tout segment inclus dans I est continue par morceaux.
c) Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment	
Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment.	Le programme n'impose pas de construction particulière. Interprétation géométrique. ⇆ PC et SI : valeur moyenne. Aucune difficulté théorique relative à la notion d'aire ne doit être soulevée. Notations $\int_{[a,b]} f$, $\int_a^b f$, $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.
Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.	Les étudiants doivent savoir majorer et minorer des intégrales.
Inégalité : $\left\lvert\int_{[a,b]} f\right\rvert \leqslant \int_{[a,b]} \lvert f\rvert$.	
Relation de Chasles.	Extension de la notation $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ au cas où $b \leqslant a$. Propriétés correspondantes.
L'intégrale sur un segment d'une fonction continue de signe constant est nulle si et seulement si la fonction est nulle.	
d) Sommes de Riemann	
Si f est une fonction continue par morceaux sur le segment $[a,b]$ à valeurs dans $\mathbb{R}$, alors $$\frac{b-a}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right) \xrightarrow[n\to+\infty]{} \int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t.$$	Interprétation géométrique. Démonstration dans le cas où f est de classe $\mathscr{C}^1$. ⇆ I : méthodes des rectangles, des trapèzes.
e) Intégrale fonction de sa borne supérieure	
Dérivation de $x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ pour f continue. Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Toute fonction continue sur un intervalle possède des primitives. Intégration par parties, changement de variable.	

Contenus	Capacités & Commentaires
f) Calcul de primitives	
Primitives usuelles.	Sont exigibles les seules primitives mentionnées dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse ».
Calcul de primitives par intégration par parties, par changement de variable.	
Utilisation de la décomposition en éléments simples pour calculer les primitives d'une fraction rationnelle.	On évitera tout excès de technicité.
g) Formules de Taylor	
Pour une fonction f de classe $\mathscr{C}^{n+1}$, formule de Taylor avec reste intégral au point a à l'ordre n.	
Inégalité de Taylor-Lagrange pour une fonction de classe $\mathscr{C}^{n+1}$.	L'égalité de Taylor-Lagrange est hors programme.
	On soulignera la différence de nature entre la formule de Taylor-Young (locale) et les formules de Taylor globales (reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange).

Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites. Elle permet d'illustrer le chapitre « Analyse asymptotique » et, à travers la notion de développement décimal de mieux appréhender les nombres réels.
L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue ; tout excès de technicité est exclu.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Généralités	
Sommes partielles. Convergence, divergence. Somme et restes d'une série convergente.	La série est notée $\sum u_n$. En cas de convergence, sa somme est notée $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n$.
Linéarité de la somme.	
Le terme général d'une série convergente tend vers 0.	Divergence grossière.
Séries géométriques : condition nécessaire et suffisante de convergence, somme.	
Lien suite-série.	La suite (u_n) et la série $\sum(u_{n+1} - u_n)$ ont même nature.
b) Séries à termes positifs	
Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.	
Si $0 \leqslant u_n \leqslant v_n$ pour tout n, la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$.	
Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont positives et si $u_n \sim v_n$, les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ ont même nature.	
c) Comparaison série-intégrale dans le cas monotone	
Si f est monotone, encadrement des sommes partielles de $\sum f(n)$ à l'aide de la méthode des rectangles.	Application à l'étude de sommes partielles et de restes.
Séries de Riemann.	
d) Séries absolument convergentes	
Convergence absolue.	

Contenus	Capacités & Commentaires
La convergence absolue implique la convergence.	Le critère de Cauchy est hors programme. La convergence de la série absolument convergente $\sum u_n$ est établie à partir de celles de $\sum {u_n}^+$ et $\sum {u_n}^-$.
Si (u_n) est une suite complexe, si (v_n) est une suite d'éléments de $\mathbb{R}^+$, si $u_n = O(v_n)$ et si $\sum v_n$ converge, alors $\sum u_n$ est absolument convergente donc convergente.	
e) Représentation décimale des réels	
Existence et unicité du développement décimal propre d'un réel.	La démonstration n'est pas exigible.

Dénombrement

Ce chapitre est introduit essentiellement en vue de son utilisation en probabilités ; rattaché aux mathématiques discrètes, le dénombrement interagit également avec l'algèbre et l'informatique. Il permet de modéliser certaines situations combinatoires et offre un nouveau cadre à la représentation de certaines égalités.

Toute formalisation excessive est exclue. En particulier :

- *parmi les propriétés du paragraphe a), les plus intuitives sont admises sans démonstration ;*
- *l'utilisation systématique de bijections dans les problèmes de dénombrement n'est pas un attendu du programme.*

Contenus	Capacités & commentaires
a) Cardinal d'un ensemble fini	
Cardinal d'un ensemble fini.	Notations $\|A\|$, $\mathrm{Card}(A)$, $\#A$. Tout fondement théorique des notions d'entier naturel et de cardinal est hors programme.
Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité. Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective. Cardinal d'un produit fini d'ensembles finis.	
Cardinal de la réunion de deux ensembles finis.	La formule du crible est hors programme.
Cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un autre. Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.	
b) Listes et combinaisons	
Nombre de p-listes (ou p-uplets) d'éléments distincts d'un ensemble de cardinal n, nombre d'applications injectives d'un ensemble de cardinal p dans un ensemble de cardinal n, nombre de permutations d'un ensemble de cardinal n.	
Nombre de parties à p éléments (ou p-combinaisons) d'un ensemble de cardinal n.	Démonstration combinatoire des formules de Pascal et du binôme.

Probabilités

Ce chapitre a pour objectif de consolider les connaissances relatives aux probabilités sur un univers fini et aux variables aléatoires définies sur un tel univers présentées dans les classes antérieures. Il s'appuie sur le chapitre consacré au dénombrement.
Ce chapitre a vocation à interagir avec l'ensemble du programme. Il se prête également à des activités de modélisation de situations issues de la vie courante ou d'autres disciplines.

A - Probabilités sur un univers fini

Les définitions sont motivées par la notion d'expérience aléatoire. La modélisation de situations aléatoires simples fait partie des capacités attendues des étudiants.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Expérience aléatoire et univers	
L'ensemble des issues (ou résultats possibles ou réalisations) d'une expérience aléatoire est appelé univers. Événement, événement élémentaire (singleton), événement contraire, événement « A et B », événement « A ou B », événement impossible, événements incompatibles, système complet d'événements.	On se limite au cas où cet univers est fini.
b) Espaces probabilisés finis	
Une probabilité sur un univers fini Ω est une application P de $\mathscr{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$ telle que $P(\Omega)=1$ et, pour toutes parties disjointes A et B, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$. Détermination d'une probabilité par les images des singletons. Probabilité uniforme. Propriétés des probabilités : probabilité de la réunion de deux événements, probabilité de l'événement contraire, croissance.	Un espace probabilisé fini est un couple (Ω, P) où Ω est un univers fini et P une probabilité sur Ω.
c) Probabilités conditionnelles	
Si $P(B)>0$, la probabilité conditionnelle de A sachant B est définie par : $P(A\|B)=P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$.	On justifiera cette définition par une approche heuristique fréquentiste. L'application P_B est une probabilité.
Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Formules de Bayes : 1. si A et B sont deux événements tels que $P(A)>0$ et $P(B)>0$, alors $$P(A\,\|\,B)=\frac{P(B\,\|\,A)\,P(A)}{P(B)}$$ 2. si $(A_i)_{1\leqslant i\leqslant n}$ est un système complet d'événements de probabilités non nulles et si B est un événement de probabilité non nulle, alors $$P(A_j\,\|\,B)=\frac{P(B\,\|\,A_j)\,P(A_j)}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}P(B\,\|\,A_i)\,P(A_i)}$$	On donnera plusieurs applications issues de la vie courante.
d) Événements indépendants	
Couple d'événements indépendants.	Si $P(B)>0$, l'indépendance de A et B s'écrit $P(A\|B)=P(A)$.
Famille finie d'événements mutuellement indépendants.	L'indépendance deux à deux des événements $A_1,\dots,A_n$ n'implique pas l'indépendance mutuelle si $n\geqslant 3$.

B - Variables aléatoires sur un espace probabilisé fini

L'utilisation de variables aléatoires pour modéliser des situations aléatoires simples fait partie des capacités attendues des étudiants.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Variables aléatoires	
Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers Ω à valeurs dans un ensemble E. Lorsque $E \subset \mathbb{R}$, la variable aléatoire est dite réelle. Loi P_X de la variable aléatoire X. Image d'une variable aléatoire par une fonction, loi associée.	Si X est une variable aléatoire et si A est une partie de E, notation $\{X \in A\}$ ou $(X \in A)$ pour l'événement $X^{-1}(A)$. Notations $P(X \in A)$, $P(X = x)$, $P(X \leqslant x)$. L'application P_X est définie par la donnée des $P(X = x)$ pour x dans $X(\Omega)$.
b) Lois usuelles	
	La reconnaissance de situations modélisées par les lois classiques de ce paragraphe est une capacité attendue des étudiants.
Loi uniforme.	
Loi de Bernoulli de paramètre $p \in [0, 1]$.	Notation $\mathscr{B}(p)$. Interprétation : succès d'une expérience. Lien entre variable aléatoire de Bernoulli et indicatrice d'un événement.
Loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0, 1]$.	Notation $\mathscr{B}(n, p)$. Interprétation : nombre de succès lors de la répétition de n expériences de Bernoulli indépendantes, ou tirages avec remise dans un modèle d'urnes.
c) Couples de variables aléatoires	
Couple de variables aléatoires. Loi conjointe, lois marginales d'un couple de variables aléatoires. Loi conditionnelle de Y sachant $(X = x)$. Extension aux n-uplets de variables aléatoires.	La loi conjointe de X et Y est la loi de (X, Y), les lois marginales de (X, Y) sont les lois de X et de Y. Les lois marginales ne déterminent pas la loi conjointe.
d) Variables aléatoires indépendantes	
Couple de variables aléatoires indépendantes. Si X et Y sont indépendantes : $$P\big((X, Y) \in A \times B\big) = P(X \in A)\, P(Y \in B).$$	
Variables aléatoires mutuellement indépendantes.	Modélisation de n expériences aléatoires indépendantes par une suite finie $(X_i)_{1 \leqslant i \leqslant n}$ de variables aléatoires indépendantes.
Si $X_1, \dots, X_n$ sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes, alors quel que soit $(A_1, \dots, A_n) \in \prod_{i=1}^{n} \mathscr{P}(X_i(\Omega))$, les événements $(X_i \in A_i)$ sont mutuellement indépendants. Si $X_1, \dots, X_n$ sont mutuellement indépendantes de loi $\mathscr{B}(p)$, alors $X_1 + \cdots + X_n$ suit la loi $\mathscr{B}(n, p)$.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Si X et Y sont indépendantes, les variables aléatoires $f(X)$ et $g(Y)$ le sont aussi.	

e) Espérance

Espérance d'une variable aléatoire réelle.	Interprétation en terme de moyenne pondérée. Une variable aléatoire centrée est une variable aléatoire d'espérance nulle.
Relation : $\mathrm{E}(X) = \sum_{\omega\in\Omega} P\big(\{\omega\}\big)X(\omega)$.	
Propriétés de l'espérance : linéarité, positivité, croissance.	
Espérance d'une variable aléatoire constante, de Bernoulli, binomiale.	
Formule de transfert : Si X est une variable aléatoire définie sur Ω à valeurs dans E et f une fonction définie sur $X(\Omega)$ à valeurs dans $\mathbb{R}$, alors $\mathrm{E}\big(f(X)\big) = \sum_{x\in X(\Omega)} P(X=x)f(x)$.	L'espérance de $f(X)$ est déterminée par la loi de X.
Inégalité de Markov.	
Si X et Y sont indépendantes : $\mathrm{E}(XY) = \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$.	La réciproque est fausse en général.

f) Variance, écart type et covariance

Moments.	Le moment d'ordre k de X est $\mathrm{E}(X^k)$.
Variance, écart type.	La variance et l'écart type sont des indicateurs de dispersion. Une variable aléatoire réduite est une variable aléatoire de variance 1.
Relation $\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2$.	
Relation $\mathrm{V}(aX+b) = a^2\mathrm{V}(X)$.	Si $\sigma(X) > 0$, la variable aléatoire $\dfrac{X-\mathrm{E}(X)}{\sigma(X)}$ est centrée réduite.
Variance d'une variable aléatoire de Bernoulli, d'une variable aléatoire binomiale.	
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.	
Covariance de deux variables aléatoires.	
Relation $\mathrm{Cov}(X,Y) = \mathrm{E}(XY) - \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$. Cas de variables indépendantes.	
Variance d'une somme, cas de variables deux à deux indépendantes.	Application à la variance d'une variable aléatoire binomiale.

Annexe 2
Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI)**

Discipline : **Physique-chimie**

Première année

Programme de Physique – Chimie de la voie MPSI

Le programme de physique-chimie de la classe de MPSI s'inscrit entre deux continuités : en amont, avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

A travers l'enseignement de la physique et de la chimie, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer ces sciences aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la physique et la chimie sont avant tout des sciences expérimentales, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité.

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en MPSI. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la physique-chimie, qui toutes peuvent le guider dans l'interprétation et la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment opposées, voire contradictoires, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles sont le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la **« démarche scientifique »** permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problèmes. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
2. dans la deuxième partie, intitulée **« formation expérimentale »,** sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.
3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.
   La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres. Pour faciliter la progressivité des acquisitions, au premier semestre les grandeurs physiques introduites sont essentiellement des grandeurs scalaires dépendant du temps et éventuellement d'une variable d'espace ; et on utilise les grandeurs physiques vectorielles au deuxième semestre.
   Certains items de cette troisième partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.

Deux appendices sont consacrés aux types de matériel et aux outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie en fin de l'année de MPSI.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur. Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant peut aussi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mise en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique, sciences industrielles.

Démarche scientifique

1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.
C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat…) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique (impédance, facteur de qualité, lois de modération pour ne citer que quelques exemples).
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée, et chaque fois que cela est possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale - énoncer une problématique d'approche expérimentale - définir les objectifs correspondants
Analyser	- formuler et échanger des hypothèses - proposer une stratégie pour répondre à la problématique - proposer un modèle associé - choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental - évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations
Réaliser	- mettre en œuvre un protocole - utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel - mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates - effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales
Valider	- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes - confronter un modèle à des résultats expérimentaux - confirmer ou infirmer une hypothèse, une information - analyser les résultats de manière critique - proposer des améliorations de la démarche ou du modèle
Communiquer	- à l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible o utiliser un vocabulaire scientifique adapté o s'appuyer sur des schémas, des graphes - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue
Être autonome, faire preuve d'initiative	- travailler seul ou en équipe - solliciter une aide de manière pertinente - s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative »** est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	**Exemples de capacités associées**
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ….
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, …). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …..
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, …). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue. …
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats. …

3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information afin de permettre l'accès à la connaissance en toute autonomie avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.
Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX^{ème} et XXI^{ème} siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du "savoir scientifique" (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…). Elles doivent permettent de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral.
Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la formation expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans le reste du programme – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

D'une part, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la **mesure** et de l'évaluation des **incertitudes**, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) de Terminale S, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

D'autre part, elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** qui doivent être acquises et pratiquées en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte, figure en outre en appendice du présent programme.

1. Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure…, qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée. Les objectifs sont identiques, certains aspects sont approfondis : utilisation du vocabulaire de base de la métrologie, connaissance de la loi des incertitudes composées, … ; une première approche sur la validation d'une loi physique est proposée. Les capacités identifiées sont abordées dès la première année et doivent être maitrisées à l'issue des deux années de formation. Les activités expérimentales permettent de les introduire et de les acquérir de manière progressive et authentique. Elles doivent régulièrement faire l'objet d'un apprentissage intégré et d'une évaluation.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique. Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Notion d'incertitude, incertitude-type.	Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.
Évaluation d'une incertitude-type.	Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité). Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie…).
Incertitude-type composée.	Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel. Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.
Incertitude élargie.	Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.

Présentation d'un résultat expérimental. Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).	Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance. Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence. Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.
Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.	Utiliser un logiciel de régression linéaire. Expliquer en quoi le coefficient de corrélation n'est pas un outil adapté pour juger de la validité d'un modèle linéaire. Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire. Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.

2. Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les élèves doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes - repérés en gras dans le corps du programme de formation disciplinaire - peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour de l'oscilloscope ne sauraient être l'objectif d'une séance unique, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaine, les deux premiers étant davantage transversaux. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. La capacité à former une image de bonne qualité, par exemple, peut être mobilisée au cours d'une expérience de mécanique ou de thermodynamique, cette transversalité de la formation devant être un moyen, entre d'autres, de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites plus haut dans la partie « Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales ».

Le matériel nécessaire à l'acquisition de l'ensemble des compétences ci-dessous figure en **appendice 1** du programme.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. Mesures de longueurs, d'angles, de volumes et de masses	
Longueurs : sur un banc d'optique.	Mettre en œuvre une mesure de longueur par déplacement du viseur entre deux positions.
Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo.	Pouvoir évaluer avec une précision donnée, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique.
Angles : avec un goniomètre.	Utiliser un viseur à frontale fixe, une lunette auto-collimatrice. Utiliser des vis micrométriques et un réticule pour tirer parti de la précision affichée de l'appareil utilisé.
Longueurs d'onde.	Étudier un spectre à l'aide d'un spectromètre à fibre optique. Mesurer une longueur d'onde optique à l'aide d'un goniomètre à réseau. Mesurer une longueur d'onde acoustique à l'aide d'un support gradué et d'un oscilloscope bicourbe.
Volume : avec une pipette, éprouvette, fiole, burette. Verrerie jaugée et graduée.	Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise.
Masse : avec une balance de précision.	Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide ou d'une solution de concentration molaire connue.
2. Mesures de temps et de fréquences	
Fréquence ou période : mesure directe au fréquencemètre numérique, à l'oscilloscope ou *via* une carte d'acquisition.	Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition.
Analyse spectrale.	Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.
Décalage temporel/Déphasage à l'aide d'un oscilloscope numérique.	Reconnaître une avance ou un retard. Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement. Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou π en mode XY.

3. Électricité Mesurer une tension : - mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique. Mesurer un courant : - mesure directe à l'ampèremètre numérique ; - mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée. Mesurer une résistance ou une impédance : - mesure directe à l'ohmmètre/capacimètre ; - mesure indirecte à l'oscilloscope ou au voltmètre sur un diviseur de tension. Caractériser un dipôle quelconque. Élaborer un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF. Agir sur un signal électrique à l'aide des fonctions simples suivantes : - isolation, amplification, filtrage ; - sommation, intégration ; - numérisation.	Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques : - préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ; - définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête,…). Visualiser la caractéristique d'un capteur à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition. Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données. Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison entre les masses. Mettre en œuvre les fonctions de base de l'électronique réalisées par des blocs dont la structure ne fait pas l'objet d'une étude spécifique. Associer ces fonctions de base pour réaliser une fonction complexe en gérant les contraintes liées aux impédances d'entrée et/ou de sortie des blocs. Élaborer un protocole permettant de déterminer le nombre de bits d'une conversion A/N et N/A.
4. Optique Former une image. Créer ou repérer une direction de référence. Analyser une lumière.	Éclairer un objet de manière adaptée. Choisir une ou plusieurs lentilles en fonction des contraintes expérimentales, et choisir leur focale de façon raisonnée. Optimiser la qualité d'une image (alignement, limitation des aberrations…). Estimer l'ordre de grandeur d'une distance focale. Régler et mettre en œuvre une lunette auto-collimatrice et un collimateur. Obtenir et analyser quantitativement un spectre à l'aide d'un réseau.
5. Mécanique Mesurer une masse, un moment d'inertie.	Utiliser une balance de précision. Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période

	et de l'application de la loi d'Huygens fournie.
Visualiser et décomposer un mouvement.	Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.
Mesurer une accélération.	Mettre en œuvre un accéléromètre.
Quantifier une action.	Utiliser un dynamomètre.
6. Thermodynamique	
Mesurer une pression.	Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu.
Mesurer une température.	Mettre en œuvre un capteur de température : thermomètre, thermistance, ou capteur infrarouge.
Effectuer des bilans d'énergie.	Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.
7. Mesures de pH, de conductance, d'absorbance	
pH. Conductance et conductivité. Absorbance.	Utiliser les appareils de mesure (pH, conductance, tension, absorbance) en s'aidant d'une notice. Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire.
8. Analyses chimiques qualitatives et quantitatives	
- Caractérisation d'un composé Tests de reconnaissance ; témoin.	Proposer à partir d'une banque de données et mettre en œuvre un test de reconnaissance pour identifier une espèce chimique présente (ou susceptible de l'être) dans un système.
- Dosages par étalonnage Conductimétrie. Spectrophotométrie.	Déterminer une concentration en exploitant la mesure de grandeurs physiques caractéristiques du composé ou en construisant et en utilisant une courbe d'étalonnage. Pratiquer une démarche expérimentale pour déterminer une concentration ou une quantité de matière par spectrophotométrie UV-Visible.
- Dosages par titrage Titrages directs, indirects. Équivalence. Titrages simples, successifs, simultanés.	Identifier et exploiter la réaction support du titrage (recenser les espèces présentes dans le milieu au cours du titrage, repérer l'équivalence, justifier qualitativement l'allure de la courbe ou le changement de couleur observé). Justifier le protocole d'un titrage à l'aide de données fournies ou à rechercher.

Méthodes expérimentales de suivi d'un titrage : pH-métrie, potentiométrie à intensité nulle, indicateurs colorés de fin de titrage. Méthodes d'exploitation des courbes expérimentales. **- Suivi cinétique de transformations chimiques** Suivi en continu d'une grandeur physique. Rôle de la température.	Mettre en œuvre un protocole expérimental correspondant à un titrage direct ou indirect. Choisir et utiliser un indicateur coloré de fin de titrage. Exploiter une courbe de titrage pour déterminer la concentration d'une espèce dosée. Exploiter une courbe de titrage pour déterminer une valeur expérimentale d'une constante thermodynamique d'équilibre. Utiliser un logiciel de simulation pour déterminer des courbes de distribution et confronter la courbe de titrage simulée à la courbe expérimentale. Justifier la nécessité de faire un titrage indirect. Distinguer l'équivalence et le virage d'un indicateur coloré de fin de titrage. Mettre en œuvre une méthode de suivi temporel. Exploiter les résultats d'un suivi temporel de concentration pour déterminer les caractéristiques cinétiques d'une réaction. Proposer et mettre en œuvre des conditions expérimentales permettant la simplification de la loi de vitesse. Déterminer la valeur d'une énergie d'activation.

Prévention des risques au laboratoire

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Prévention des risques **- chimique** Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P. **- électrique** **- optique**	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques. Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques. Utiliser les sources laser de manière adaptée.
2. Impact environnemental Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser, notamment dans les domaines de la cristallographie, de la modélisation moléculaire, et plus généralement dans les situations exigeant une représentation tridimensionnelle.
- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur.
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

Formation disciplinaire

A. Premier semestre

1. Signaux Physiques

Présentation

Cette partie doit être traitée en totalité avant d'aborder les autres parties du programme. Elle porte sur l'étude des signaux physiques, et plus particulièrement sur celle des signaux sinusoïdaux, qui jouent un rôle central dans les systèmes linéaires. Cette première partie s'appuie sur un spectre large de concepts qui ont été abordés au lycée :

- en classe de seconde : signal périodique et spectre ;

- en classe de première scientifique : énergie électrique, loi d'Ohm, loi de Joule, lentilles minces, longueur d'onde dans le visible, spectres de sources lumineuses ;

- en classe de terminale scientifique : signaux numériques, ondes progressives, diffraction, interférences, effet Doppler, lois de Newton, énergie mécanique, oscillateur amorti.

La familiarité des étudiants avec la plupart des notions abordées dans cette partie doit faciliter la transition vers une physique plus quantitative qu'au lycée, ce qui nécessite une acquisition progressive d'outils nécessaires à la formalisation mathématique des lois de la physique. Les thèmes abordés dans cette partie ont été retenus pour leur caractère motivant ou formateur. Il convient d'introduire progressivement le formalisme en soulignant la richesse des conclusions auxquelles il permet d'accéder. Dans toute cette partie, on ne s'intéresse qu'à des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace.

L'enseignement de cette partie doit faire très largement appel à la démarche expérimentale, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou de travaux pratiques. Il convient à cet égard d'être conscient que la pratique des circuits électriques ne figure que très peu dans les programmes du lycée.

Objectifs généraux de formation

Cette première partie de programme « Signaux physiques » s'inscrit dans la continuité du programme de Terminale S, tout en amorçant une nécessaire transition vers une formalisation plus approfondie des lois de la physique. À travers les contenus et les capacités exigibles sont développées des compétences qui seront par la suite valorisées, parmi lesquelles :

- comprendre le rôle joué par une équation différentielle dans l'étude de l'évolution temporelle d'un système physique ;

- comprendre la représentation des solutions dans un portrait de phase ;
- relier linéarité et superposition ;
- interpréter physiquement et savoir reconnaître la forme analytique d'un signal qui se propage ;
- relier conditions aux limites et quantification, conditions aux limites et décomposition en ondes stationnaires ;
- dégager les similitudes de comportement entre systèmes analogues par une mise en équation pertinente utilisant variables réduites et paramètres caractéristiques adimensionnés ;
- réaliser des constructions graphiques claires et précises pour appuyer un raisonnement ou un calcul.

À l'issue de cette première partie de programme, ces compétences ne sauraient être complètement acquises ; il convient donc de les travailler chaque fois que l'occasion s'en présente dans la suite de la formation.

Le **bloc 1** s'articule autour d'un système simple connu, l'oscillateur harmonique non amorti en mécanique. Ce système permet d'introduire le concept fondamental d'équation différentielle modèle de l'évolution temporelle, dans un contexte où la mise en équations ne pose pas de difficulté majeure, et d'introduire un vocabulaire précis qui sera réinvesti par la suite.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1. Oscillateur harmonique	
Mouvement horizontal sans frottement d'une masse accrochée à un ressort linéaire sans masse. Position d'équilibre.	Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales. Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation. Contrôler la cohérence de la solution obtenue avec la conservation de l'énergie mécanique, l'expression de l'énergie potentielle élastique étant ici affirmée.

Le **bloc 2** est consacré à la propagation du signal. Il est ici indispensable de s'appuyer sur l'approche expérimentale ou sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation de signaux qui se propagent et la traduction mathématique de cette propagation, sans qu'aucune référence ne soit faite ici à une équation d'ondes. L'étude de la somme de deux signaux sinusoïdaux de même fréquence et du phénomène d'interférences associé permet de mettre en évidence le rôle essentiel joué par le déphasage entre les deux signaux dans le signal résultant. Les ondes stationnaires permettent d'illustrer le rôle des conditions aux limites dans l'apparition de modes propres et de préparer à la quantification de l'énergie en mécanique quantique. La diffraction est abordée de manière purement descriptive et expérimentale, et est envisagée comme une propriété universelle des ondes ; l'objectif est ici d'introduire l'approximation de l'optique géométrique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Propagation d'un signal	
Exemples de signaux, spectre.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques. **Réaliser l'analyse spectrale d'un signal ou sa synthèse.** Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.
Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.	Écrire les signaux sous la forme f(x-ct) ou g(x+ct). Écrire les signaux sous la forme f(t-x/c) ou g(t+x/c). Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.
Onde progressive sinusoïdale : déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.	Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité. **Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.**
Interférences entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence.	**Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour visualiser le phénomène d'interférences de deux ondes.** Utiliser la représentation de Fresnel pour déterminer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage. Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.
Ondes stationnaires mécaniques.	**Décrire une onde stationnaire observée par stroboscopie sur la corde de Melde.** Caractériser une onde stationnaire par l'existence de nœuds et de ventres. Exprimer les fréquences des modes propres connaissant la célérité et la longueur de la corde. Savoir qu'une vibration quelconque d'une corde accrochée entre deux extrémités fixes se décompose en modes propres. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant d'analyser le spectre du signal acoustique produit par une corde vibrante.**
Diffraction à l'infini.	Utiliser la relation $\sin\theta \approx \lambda/d$ entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture.

	Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique.

Le **bloc 3** porte sur l'optique géométrique. Il ne doit pas être enseigné ou évalué pour lui-même, mais doit servir de point d'appui à des approches expérimentales en première année et à l'étude de l'optique physique en deuxième année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Optique géométrique	
Sources lumineuses. Modèle de la source ponctuelle monochromatique.	Caractériser une source lumineuse par son spectre.
Indice d'un milieu transparent.	Relier la longueur d'onde dans le vide et la longueur d'onde dans le milieu. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux.	Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.
Réflexion - Réfraction. Lois de Descartes.	Établir la condition de réflexion totale.
Miroir plan.	Construire l'image d'un objet, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
Conditions de Gauss.	Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un détecteur.
Lentilles minces.	Connaître les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence. Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux. Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal fournies (Descartes, Newton). Choisir de façon pertinente dans un contexte donné la formulation (Descartes ou Newton) la plus adaptée. Établir et connaître la condition $D \geq 4f'$ pour former l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente. **Modéliser expérimentalement à l'aide de plusieurs lentilles un dispositif optique d'utilisation courante.** **Approche documentaire :** en comparant des images produites par un appareil photographique numérique, discuter l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.

L'œil.	Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe. Connaître les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.

L'introduction au monde quantique fait l'objet du **bloc 4**. Elle s'inscrit dans la continuité du programme de la classe de Terminale scientifique. Elle est restreinte, comme dans toute cette partie « Signaux physiques » à l'étude de systèmes unidimensionnels. La réflexion sur les thèmes abordés ici doit avant tout être qualitative ; toute dérive calculatoire devra être soigneusement évitée. Les concepts essentiels abordés sont la dualité onde-corpuscule et l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
4. Introduction au monde quantique	
Dualité onde-particule pour la lumière et la matière. Relations de Planck-Einstein et de Louis de Broglie.	Évaluer des ordres de grandeurs typiques intervenant dans des phénomènes quantiques. **Approche documentaire :** décrire un exemple d'expérience mettant en évidence la nécessité de la notion de photon. **Approche documentaire :** décrire un exemple d'expérience illustrant la notion d'ondes de matière.
Interprétation probabiliste associée à la fonction d'onde : approche qualitative.	Interpréter une expérience d'interférences (matière ou lumière) « particule par particule » en termes probabilistes.
Quantification de l'énergie d'une particule libre confinée 1D.	Obtenir les niveaux d'énergie par analogie avec les modes propres d'une corde vibrante. Établir le lien qualitatif entre confinement spatial et quantification.

Le **bloc 5** pose les bases nécessaires à l'étude des circuits dans l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS). Si le programme se concentre sur l'étude des dipôles R, L et C, lors des travaux pratiques il est possible de faire appel à des composants intégrés ou non linéaires (amplificateurs opérationnels, filtres à capacité commutée, échantillonneur-bloqueur, diodes, photorésistances, etc.) dès lors qu'aucune connaissance préalable n'est nécessaire.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
5. Circuits électriques dans l'ARQS	
Charge électrique, intensité du courant. Potentiel, référence de potentiel, tension. Puissance.	Savoir que la charge électrique est quantifiée. Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge. Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence. Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge. Utiliser la loi des mailles. Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les

	conventions récepteur et générateur. Citer les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application.
Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.	Utiliser les relations entre l'intensité et la tension. Citer les ordres de grandeurs des composants R, L, C. Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance. Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine. Modéliser une source non idéale en utilisant la représentation de Thévenin.
Association de deux résistances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente. Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant.
Résistance de sortie, résistance d'entrée.	**Étudier l'influence de ces résistances sur le signal délivré par un GBF, sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.** Évaluer les grandeurs à l'aide d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le fonctionnement d'un circuit.
Caractéristique d'un dipôle. Point de fonctionnement.	**Étudier la caractéristique d'un dipôle pouvant être éventuellement non-linéaire et mettre en œuvre un capteur dans un dispositif expérimental.**

Les **blocs 6**, **7** et **8** abordent l'étude des circuits linéaires du premier et du second ordre en régime libre puis forcé, et une introduction au filtrage linéaire. Il s'agit avant tout de comprendre les principes des outils utilisés, et leur exploitation pour étudier le comportement d'un signal traversant un système linéaire. Ainsi l'évaluation ne peut-elle porter sur le tracé d'un diagramme de Bode à partir d'une fonction de transfert, ou sur la connaissance *a priori* de catalogues de filtres. Cependant, le professeur pourra, s'il le souhaite, détailler sur l'exemple simple du filtre du premier ordre le passage de la fonction de transfert au diagramme de Bode. L'objectif est bien plutôt ici de comprendre, sur l'exemple d'un signal d'entrée à deux composantes spectrales, le rôle central de la linéarité des systèmes pour interpréter le signal de sortie. L'étude de régimes libres à partir de portraits de phase est une première introduction à l'utilisation de tels outils qui seront enrichis dans le cours de mécanique pour aborder la physique non linéaire.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
6. Circuit linéaire du premier ordre	
Régime libre, réponse à un échelon.	**Réaliser pour un circuit l'acquisition d'un régime transitoire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.** Distinguer, sur un relevé expérimental, régime

	transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon. Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine. Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles. Prévoir l'évolution du système, avant toute résolution de l'équation différentielle, à partir d'une analyse s'appuyant sur une représentation graphique de la dérivée temporelle de la grandeur en fonction de cette grandeur. Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser des bilans énergétiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
7. Oscillateurs amortis	
Circuit RLC série et oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux.	**Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.** **Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.** Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques. Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques. Prévoir l'évolution du système en utilisant un portrait de phase fourni. Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité. Connaître la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité. Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique.

	Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité.
Régime sinusoïdal forcé, impédances complexes.	Établir et connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine en régime harmonique.
Association de deux impédances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Oscillateur électrique ou mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	**Mettre en œuvre un dispositif expérimental autour du phénomène de résonance.** Utiliser la construction de Fresnel et la méthode des complexes pour étudier le régime forcé en intensité ou en vitesse. Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase dans le cas de la résonance en intensité ou en vitesse. À l'aide d'un outil de résolution numérique, mettre en évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation. Relier l'acuité d'une résonance forte au facteur de qualité.

Notions et contenus	Capacités exigibles
8. Filtrage linéaire	
Signaux périodiques.	Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales. Établir par le calcul la valeur efficace d'un signal sinusoïdal.
Fonction de transfert harmonique. Diagramme de Bode.	Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 et ses représentations graphiques pour conduire l'étude de la réponse d'un système linéaire à un signal à une ou deux composantes spectrales. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.** Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert.
Modèles simples de filtres passifs : passe-bas et passe-haut d'ordre 1, passe-bas et passe-bande d'ordre 2.	Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre afin de l'utiliser comme moyenneur, intégrateur, ou dérivateur. **Approche documentaire :** expliquer la nature du filtrage introduit par un dispositif mécanique (sismomètre, amortisseur, accéléromètre…).

2. Mécanique 1

Présentation

Le programme de mécanique de MPSI s'inscrit dans le prolongement du programme de Terminale S où la loi fondamentale de la dynamique a été exprimée en termes de quantité de mouvement, puis utilisée pour l'étude du mouvement du point matériel. L'objectif majeur du programme de MPSI est la maîtrise opérationnelle des lois fondamentales (principe d'inertie, loi de la quantité de mouvement, principe des actions réciproques, loi du moment cinétique, loi de l'énergie cinétique). S'agissant du caractère postulé ou démontré, le professeur est libre de présenter tout ou partie de ces lois comme des postulats ou comme des conséquences de postulats en nombre plus restreint. En conséquence, aucune question ne peut être posée à ce sujet. Pour illustrer ces lois fondamentales, il ne s'agit pas de se restreindre à la dynamique du point matériel. Des exemples de dynamique du solide seront introduits (translation et rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen), avec toutefois des limitations strictes : l'étude générale d'un mouvement composé d'une translation dans un référentiel galiléen et d'une rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel barycentrique ne figure pas au programme.
En première année on se limite à l'étude de la dynamique dans un référentiel galiléen : l'introduction des forces d'inertie est prévue en deuxième année.

Objectifs généraux de formation

Après la partie « Signaux physiques » du programme, qui implique uniquement des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace, la partie « mécanique » constitue une entrée concrète vers la manipulation de grandeurs vectorielles associées à plusieurs variables d'espace : il convient d'accorder toute son importance à la marche à franchir pour les étudiants. Par ailleurs, la mécanique doit contribuer à développer plus particulièrement des compétences générales suivantes :

- faire preuve de rigueur : définir un système, procéder à un bilan complet des forces appliquées ;

- faire preuve d'autonomie : choisir un référentiel, choisir un système de repérage, identifier les inconnues, choisir une méthode de mise en équations lorsque plusieurs méthodes sont possibles ;

- modéliser une situation : choisir un niveau de modélisation adapté ; prendre conscience des limites d'un modèle ; comprendre l'intérêt de modèles de complexité croissante (prise en compte des frottements, des effets non-linéaires) ;

- utiliser divers outils (discussions graphiques, résolution analytique, résolution numérique) pour discuter les solutions de la ou des équations différentielles modélisant l'évolution temporelle d'un système ;

- identifier et utiliser des grandeurs conservatives ;

- rechercher les paramètres significatifs d'un problème ;

- mener un raisonnement qualitatif ou semi-quantitatif rigoureux ;

- faire apparaître et exploiter des analogies : circuit RLC en électrocinétique, pendule simple aux « petits » angles et système masse-ressort ;

- schématiser une situation et en étayer l'analyse à l'aide d'un schéma pertinent (bilan des forces par exemple) ;

- prendre conscience des limites d'une théorie (limites relativistes par exemple) ;

- confronter les résultats d'une étude à ce qu'on attendait intuitivement ou à des observations.

Pour que l'ensemble de ces compétences soit pleinement développé, il est indispensable de ne pas proposer aux étudiants exclusivement des situations modélisées à l'extrême (masse accrochée à un ressort…) et de ne pas se limiter à des situations débouchant sur la résolution analytique d'une équation différentielle. L'étude approfondie d'un nombre limité de dispositifs réels doit être préférée à l'accumulation d'exercices standardisés.

Le **bloc 1** est une approche de la cinématique du point, les exemples étant limités aux mouvements plans, et de la cinématique du solide, limitée aux cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe. Il convient de construire les outils sans formalisme excessif, en motivant l'étude par des exemples réels, tirés par exemple d'expériences de cours ou d'enregistrements vidéo. Ainsi, l'introduction du repérage en coordonnées cartésiennes s'appuie sur l'étude du mouvement à accélération constante et l'introduction du repérage en coordonnées polaires s'appuie sur l'étude du mouvement circulaire. Si la compréhension du rôle de l'accélération normale dans un mouvement curviligne plan quelconque est une compétence attendue, tout calcul à ce sujet est hors de portée des élèves qui ne connaissent pas la géométrie différentielle (rayon de courbure, trièdre de Frenet). Pour le solide en rotation autour d'un axe fixe, il s'agit simplement de définir le mouvement en remarquant que tout point du solide décrit un cercle autour de l'axe avec une même vitesse angulaire ω et d'expliciter la vitesse de chaque point en fonction de ω et de la distance à l'axe de rotation ; la connaissance du vecteur-rotation n'est pas exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.1. Description et paramétrage du mouvement d'un point	
Espace et temps classiques. Référentiel d'observation. Caractère relatif du mouvement. Description d'un mouvement. Vecteur-position, vecteur-vitesse, vecteur-accélération.	**Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.**
Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.	Établir les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques. Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire les composantes du vecteur-vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques. Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
Exemple 1 : mouvement de vecteur-accélération constant.	Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps. Obtenir la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Exemple 2 : mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées polaires planes. Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle. Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.2 Description du mouvement d'un solide dans deux cas particuliers	
Définition d'un solide.	Différencier un solide d'un système déformable.
Translation.	Reconnaître et décrire une translation rectiligne, une translation circulaire.
Rotation autour d'un axe fixe.	Décrire la trajectoire d'un point quelconque du solide et exprimer sa vitesse en fonction de sa distance à l'axe et de la vitesse angulaire.

Le **bloc 2** introduit les bases de la dynamique newtonienne. Il est essentiel de ne pas se limiter à l'étude de situations simplifiées à l'excès afin de parvenir à une solution analytique. Au contraire il convient d'habituer les étudiants à utiliser les outils de calcul numérique (calculatrices graphiques, logiciels de calcul numérique…) qui permettent de traiter des situations réelles dans toute leur richesse (rôle des frottements, effets non linéaires…). Le programme insiste sur le portrait de phase considéré comme un regard complémentaire sur les équations différentielles. Les portraits de phase ne doivent pas donner lieu à des débordements calculatoires : leur construction explicite est donc limitée au cas des oscillations harmoniques au voisinage d'une position d'équilibre. En revanche les étudiants devront savoir interpréter un portrait de phase plus complexe qui leur serait fourni ou qu'ils auraient obtenu expérimentalement ou à l'aide d'un logiciel.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1 Loi de la quantité de mouvement	
Forces. Principe des actions réciproques.	Établir un bilan des forces sur un système, ou plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur une figure. **Proposer un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force.**
Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre d'inertie d'un système fermé.	Établir l'expression de la quantité de mouvement d'un système restreint au cas de deux points sous la forme $\vec{p} = m\vec{v}(G)$.
Référentiel galiléen. Principe de l'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
Loi de la quantité de mouvement dans un référentiel galiléen.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre d'inertie d'un système fermé.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement sans frottement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.
Poussée d'Archimède.	Exploiter la loi d'Archimède.
Influence de la résistance de l'air.	**Approche numérique** : Prendre en compte la trainée pour modéliser une situation réelle. **Approche numérique** : Exploiter une équation différentielle sans la résoudre analytiquement : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats fournis par un logiciel d'intégration numérique.
Pendule simple.	Établir l'équation du mouvement du pendule simple.

	Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire. Établir l'équation du portrait de phase (intégrale première) dans ce cadre et le tracer.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.2 Approche énergétique du mouvement d'un point matériel	
Puissance et travail d'une force.	Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force. Savoir que la puissance dépend du référentiel.
Loi de l'énergie cinétique et loi de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen.	Utiliser la loi appropriée en fonction du contexte.
Énergie potentielle. Énergie mécanique.	Établir et connaître les expressions des énergies potentielles de pesanteur (champ uniforme), énergie potentielle gravitationnelle (champ créé par un astre ponctuel), énergie potentielle élastique, énergie électrostatique (champ uniforme et champ créé par une charge ponctuelle).
Mouvement conservatif. Mouvement conservatif à une dimension.	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales. Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle. Expliquer qualitativement le lien entre le profil d'énergie potentielle et le portrait de phase.
Positions d'équilibre. Stabilité.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et la nature stable ou instable de ces positions.
Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable, approximation locale par un puits de potentiel harmonique.	Identifier cette situation au modèle de l'oscillateur harmonique. **Approche numérique** : utiliser les résultats fournis par une méthode numérique pour mettre en évidence des effets non linéaires.
Barrière de potentiel.	Évaluer l'énergie minimale nécessaire pour franchir la barrière.

Le **bloc 3,** centré sur l'étude des mouvements de particules chargées, se prête à une ouverture vers la dynamique relativiste, qui ne doit en aucun cas être prétexte à des débordements, en particulier sous forme de dérives calculatoires ; la seule compétence attendue est l'exploitation des expressions fournies de l'énergie et de la quantité de mouvement d'une particule relativiste pour analyser des documents scientifiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires	

Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique et magnétique.	Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.
Puissance de la force de Lorentz.	Savoir qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.	Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant. Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel. Citer une application.
Mouvement circulaire d'une particule chargée dans un champ magnétostatique uniforme dans le cas où le vecteur-vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétique.	Déterminer le rayon de la trajectoire sans calcul en admettant que celle-ci est circulaire. **Approche documentaire** : analyser des documents scientifiques montrant les limites relativistes en s'appuyant sur les expressions fournies $E_c = (\gamma-1)mc^2$ et $p = \gamma mv$. Citer une application.

3. Transformation de la matière

La chimie est une science de la nature, science de la matière et de sa transformation.
Les différents états de la matière et les différents types de transformation de la matière ont déjà été en partie étudiés dans le parcours antérieur de l'élève, au collège et au lycée. Il s'agit de réactiver et de compléter ces connaissances déjà acquises, afin d'amener les élèves à les mobiliser de manière autonome pour décrire, au niveau macroscopique, un système physico-chimique et son évolution. Dans ce cadre, l'étude quantitative de l'état final d'un système en transformation chimique est réalisée à partir d'une seule réaction chimique symbolisée par une équation de réaction à laquelle est associée une constante thermodynamique d'équilibre. L'objectif visé est la prévision du sens d'évolution de systèmes homogènes ou hétérogènes et la détermination de leur composition dans l'état final ; on s'appuiera sur des exemples variés de transformations chimiques rencontrées dans la vie courante, au laboratoire, dans le monde du vivant ou en milieu industriel. Les compétences relatives à cette partie du programme seront ensuite mobilisées régulièrement au cours de l'année, plus particulièrement au second semestre lors des transformations en solution aqueuse, et en seconde année, notamment dans le cadre de la partie thermodynamique chimique. Dans un souci de continuité de formation, les acquis du lycée concernant les réactions acido-basiques et d'oxydo-réduction, la conductimétrie, la pH-métrie et les spectroscopies sont réinvestis lors des démarches expérimentales.
L'importance du facteur temporel dans la description de l'évolution d'un système chimique apparaît dans l'observation du monde qui nous entoure et a déjà fait l'objet d'une première approche expérimentale en classe de Terminale, permettant de dégager les différents facteurs cinétiques que sont les concentrations, la présence ou non d'un catalyseur et la température. La prise de conscience de la nécessité de modéliser cette évolution temporelle des systèmes chimiques est naturelle. Si la réaction chimique admet un ordre, le suivi temporel de la transformation chimique doit permettre l'établissement de sa loi de vitesse. Cette détermination fait appel à la méthode différentielle voire à la méthode intégrale, pour l'exploitation de mesures expérimentales d'absorbance ou de conductivité du milieu réactionnel par exemple, dans le cadre d'un réacteur fermé parfaitement agité. Les équations différentielles étant

abordées pour la première fois en MPSI, il est recommandé de travailler en étroite collaboration avec le professeur de mathématiques et d'avoir en chimie des exigences progressives dans la maîtrise de cet outil.
À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Faire preuve de rigueur dans la description d'un système physico-chimique ;
- Distinguer modélisation d'une transformation (écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- Exploiter les outils de description des systèmes chimiques pour modéliser leur évolution temporelle ;
- Proposer des approximations simplifiant l'exploitation quantitative de données expérimentales et en vérifier la pertinence ;
- Confronter un modèle mathématique avec des mesures expérimentales.

1. Description d'un système et évolution vers un état final

Notions et contenus	Capacités exigibles
États physiques et transformations de la matière	
États de la matière : gaz, liquide, solide cristallin, solide amorphe et solide semi-cristallin, variétés allotropiques Notion de phase. Transformations physique, chimique, nucléaire. Les transformations physiques: diagramme d'état (*P*, *T*).	 Reconnaître la nature d'une transformation. Déterminer l'état physique d'une espèce chimique pour des conditions expérimentales données de *P* et *T*.
Système physico-chimique	
Constituants physico-chimiques. Corps purs et mélanges : concentration molaire, fraction molaire, pression partielle. Composition d'un système physico-chimique.	Recenser les constituants physico-chimiques présents dans un système. Décrire la composition d'un système à l'aide des grandeurs physiques pertinentes.
Transformation chimique	
Modélisation d'une transformation par une ou plusieurs réactions chimiques. Équation de réaction ; constante thermodynamique d'équilibre. Évolution d'un système lors d'une transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique : avancement, activité, quotient réactionnel, critère d'évolution.	Écrire l'équation de la réaction qui modélise une transformation chimique donnée. **Déterminer une constante d'équilibre**. Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial ou dans un état d'avancement quelconque.

Composition chimique du système dans l’état final : état d’équilibre chimique, transformation totale.	Exprimer l’activité d’une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélanges de gaz parfaits avec référence à l’état standard. Exprimer le quotient réactionnel. Prévoir le sens de l’évolution spontanée d’un système chimique. Identifier un état d’équilibre chimique. Déterminer la composition chimique du système dans l’état final, en distinguant les cas d’équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.

2. Évolution temporelle d’un système chimique et mécanismes réactionnels

Notions et contenus	Capacités exigibles
En réacteur fermé de composition uniforme	
Vitesses de disparition d'un réactif et de formation d'un produit. Vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. Lois de vitesse : réactions sans ordre, réactions avec ordre simple (0, 1, 2), ordre global, ordre apparent. Temps de demi-réaction. Temps de demi-vie d’un nucléide radioactif.	**Déterminer l’influence d’un paramètre sur la vitesse d’une réaction chimique.** Relier la vitesse de réaction à la vitesse de disparition d’un réactif ou de formation d’un produit, quand cela est possible. **Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d’une grandeur physique.** Exprimer la loi de vitesse si la réaction chimique admet un ordre et déterminer la valeur de la constante cinétique à une température donnée. Déterminer la vitesse de réaction à différentes dates en utilisant une méthode numérique ou graphique. Déterminer un ordre de réaction à l’aide de la méthode différentielle ou à l’aide des temps de demi-réaction. Confirmer la valeur d'un ordre par la méthode intégrale, en se limitant strictement à une décomposition d'ordre 0, 1 ou 2 d'un unique réactif, ou se ramenant à un tel cas par dégénérescence de l'ordre ou conditions initiales stœchiométriques. **Approche documentaire** : à partir de documents autour des radionucléides, aborder par exemple les problématiques liées à leur utilisation, leur stockage ou leur retraitement.
Loi empirique d'Arrhenius ; énergie d'activation.	**Déterminer l’énergie d’activation d’une réaction chimique.** Déterminer la valeur de l’énergie d’activation d’une réaction chimique à partir de valeurs de la constante cinétique à différentes températures. **Approche documentaire :** à partir de documents, découvrir la notion de mécanismes réactionnels

4. Architecture de la matière

Décrivant la matière au niveau macroscopique par des espèces chimiques aux propriétés physiques et chimiques caractéristiques, le chimiste la modélise au niveau microscopique par des entités chimiques dont la structure électronique permet de rendre compte et de prévoir diverses propriétés.
L'étude proposée dans cette partie du programme est centrée sur la classification périodique des éléments, outil essentiel du chimiste, dans l'objectif de développer les compétences relatives à son utilisation : extraction des informations qu'elle contient, prévision de la réactivité des corps simples, prévision de la nature des liaisons chimiques dans les corps composés, etc. En première année, on se limite aux principales caractéristiques de la liaison chimique, à l'exclusion de modèles plus élaborés comme la théorie des orbitales moléculaires.
Depuis le collège et tout au long du lycée, les élèves ont construit successivement différents modèles pour décrire la constitution des atomes, des ions et des molécules. L'objectif de cette partie est de continuer à affiner les modèles de description des diverses entités chimiques isolées pour rendre compte des propriétés au niveau microscopique (longueur de liaison, polarité…) ou macroscopique (solubilité, température de changement d'état…). Les connaissances déjà acquises sont réactivées et complétées :

- Le modèle de Lewis, vu en terminale, est réinvesti.
- L'électronégativité, introduite en classe de première, est abordée en s'appuyant sur une approche expérimentale : réactions d'oxydo-réduction, propriétés de corps composés en lien avec la nature de la liaison chimique. Elle est prolongée par la présentation de l'existence d'échelles numériques, notamment celle de Pauling, mais la connaissance de leurs définitions n'est pas exigible ;
- La polarité des molécules a été abordée et utilisée dès la classe de première S, mais pas l'aspect vectoriel du moment dipolaire, qui est souligné ici. Aucune compétence sur l'addition de vecteurs non coplanaires n'est exigible ;
- La description des forces intermoléculaires est complétée pour développer les capacités d'interprétation ou de prévision de certaines propriétés physiques ou chimiques (température de changement d'état, miscibilité, solubilité) prenant en considération l'existence de telles forces.
- À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

    - Utiliser la classification périodique des éléments pour déterminer, justifier ou comparer des propriétés (oxydo-réduction, solubilité, aptitude à la complexation, polarité, polarisabilité…) ;

    - Pratiquer un raisonnement qualitatif rigoureux ;

    - S'approprier les outils de description des entités chimiques (liaison covalente, notion de nuage électronique…) et leur complémentarité dans la description des interactions intermoléculaires ;

    - Appréhender la notion de solvant, au niveau microscopique à travers les interactions intermoléculaires et au niveau macroscopique par leur utilisation au laboratoire, dans industrie et dans la vie courante.

1. Classification périodique des éléments et électronégativité

Notions et contenus	Capacités exigibles
Atomes et éléments	
Isotopes, abondance isotopique, stabilité. Ordres de grandeur de la taille d'un atome, des masses et des charges de l'électron et du noyau.	Utiliser un vocabulaire précis : élément, atome, corps simple, espèce chimique, entité chimique.
Nombres quantiques n, l, m_l et m_s.	Déterminer la longueur d'onde d'une radiation émise ou absorbée à partir de la valeur de la transition énergétique mise en jeu, et inversement.

Configuration électronique d'un atome et d'un ion monoatomique. Électrons de cœur et de valence.	Établir un diagramme qualitatif des niveaux d'énergie électroniques d'un atome donné. Établir la configuration électronique d'un atome dans son état fondamental (la connaissance des exceptions à la règle de Klechkowski n'est pas exigible). Déterminer le nombre d'électrons non appariés d'un atome dans son état fondamental. Prévoir la formule des ions monoatomiques d'un élément.
Classification périodique des éléments	
Architecture et lecture du tableau périodique. Électronégativité.	Relier la position d'un élément dans le tableau périodique à la configuration électronique et au nombre d'électrons de valence de l'atome correspondant. Positionner dans le tableau périodique et reconnaître les métaux et non métaux. Situer dans le tableau les familles suivantes : métaux alcalins, halogènes et gaz nobles. Citer les éléments des périodes 1 à 2 de la classification et de la colonne des halogènes (nom, symbole, numéro atomique). **Mettre en œuvre des expériences illustrant le caractère oxydant ou réducteur de certains corps simples.** **Élaborer ou mettre en œuvre un protocole permettant de montrer qualitativement l'évolution du caractère oxydant dans une colonne.** Relier le caractère oxydant ou réducteur d'un corps simple à l'électronégativité de l'élément. Comparer l'électronégativité de deux éléments selon leur position dans le tableau périodique.

2. Molécules et solvants

Notions et contenus	Capacités exigibles
Description des entités chimiques moléculaires	
Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion polyatomique. Liaison covalente localisée. Ordres de grandeur de la longueur et de l'énergie d'une liaison covalente. Liaison polarisée. Molécule polaire. Moment dipolaire.	Établir un schéma de Lewis pour une entité donnée Relier la structure géométrique d'une molécule à l'existence ou non d'un moment dipolaire permanent. Déterminer direction et sens du vecteur moment dipolaire d'une molécule ou d'une liaison.
Forces intermoléculaires	
Interactions de van der Waals.	Lier qualitativement la valeur plus ou moins grande

Liaison hydrogène. Ordres de grandeur énergétiques.	des forces intermoléculaires à la polarité et la polarisabilité des molécules. Prévoir ou interpréter les propriétés physiques de corps purs par l'existence d'interactions de van der Waals ou de liaisons hydrogène intermoléculaires.
Les solvants moléculaires	
Grandeurs caractéristiques : moment dipolaire, permittivité relative. Solvants protogènes (protiques). Mise en solution d'une espèce chimique moléculaire ou ionique.	Interpréter la miscibilité ou la non-miscibilité de deux solvants. **Justifier ou proposer le choix d'un solvant adapté à la dissolution d'une espèce donnée, à la réalisation d'une extraction et aux principes de la Chimie Verte.**

B. Deuxième semestre

5. Mécanique 2

Dans le **bloc 4,** l'étude du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe gardant une direction fixe dans un référentiel galiléen mais pour lequel l'axe de rotation ne serait pas fixe est exclue.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.1 Loi du moment cinétique	
Moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point et par rapport à un axe orienté.	Relier la direction et le sens du vecteur moment cinétique aux caractéristiques du mouvement.
Moment cinétique scalaire d'un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté ; moment d'inertie.	Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire. Exploiter la relation pour le solide entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni. Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.
Moment d'une force par rapport à un point ou un axe orienté. Couple. Liaison pivot.	Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant le bras de levier. Définir un couple. Définir une liaison pivot et justifier le moment qu'elle peut produire.
Loi du moment cinétique en un point fixe dans un référentiel galiléen.	Reconnaître les cas de conservation du moment cinétique.
Loi scalaire du moment cinétique appliquée au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.	
Pendule pesant.	Établir l'équation du mouvement. Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique. Établir une intégrale première du mouvement.

	Lire et interpréter le portrait de phase : bifurcation entre un mouvement pendulaire et un mouvement révolutif. **Approche numérique :** Utiliser les résultats fournis par un logiciel de résolution numérique ou des simulations pour mettre en évidence le non isochronisme des oscillations. **Réaliser l'acquisition expérimentale du portrait de phase d'un pendule pesant. Mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.**

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.2 Approche énergétique du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté, dans un référentiel galiléen	
Énergie cinétique d'un solide en rotation.	Utiliser la relation $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$, l'expression de J_Δ étant fournie.
Loi de l'énergie cinétique pour un solide.	Établir l'équivalence dans ce cas entre la loi scalaire du moment cinétique et celle de l'énergie cinétique.

Le **bloc 5** est motivé par ses nombreuses applications. On se limite à discuter la nature de la trajectoire sur un graphe donnant l'énergie potentielle effective et on ne poursuit l'étude dans le cas d'un champ newtonien (lois de Kepler) que dans le cas d'une trajectoire circulaire. Le caractère elliptique des trajectoires associées à un état lié est affirmé sans qu'aucune étude géométrique des ellipses ne soit prévue ; on utilise dans ce cas les constantes du mouvement (moment cinétique et énergie mécanique) pour exprimer l'énergie de la trajectoire elliptique en fonction du demi-grand axe.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Mouvements dans un champ de force centrale conservatif	
Point matériel soumis à un seul champ de force centrale.	Déduire de la loi du moment cinétique la conservation du moment cinétique. Connaître les conséquences de la conservation du moment cinétique : mouvement plan, loi des aires.
Énergie potentielle effective. État lié et état de diffusion.	Exprimer la conservation de l'énergie mécanique et construire une énergie potentielle effective. Décrire qualitativement le mouvement radial à l'aide de l'énergie potentielle effective. Relier le caractère borné à la valeur de l'énergie mécanique.
Champ newtonien. Lois de Kepler.	Énoncer les lois de Kepler pour les planètes et les transposer au cas des satellites terrestres.
Cas particulier du mouvement circulaire : satellite, planète.	Montrer que le mouvement est uniforme et savoir calculer sa période. Établir la troisième loi de Kepler dans le cas particulier de la trajectoire circulaire. Exploiter sans

	démonstration sa généralisation au cas d'une trajectoire elliptique.
Satellite géostationnaire.	Calculer l'altitude du satellite et justifier sa localisation dans le plan équatorial.
Énergie mécanique dans le cas du mouvement circulaire puis dans le cas du mouvement elliptique.	Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement circulaire. Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement elliptique en fonction du demi-grand axe.
Vitesses cosmiques : vitesse en orbite basse et vitesse de libération.	Exprimer ces vitesses et connaître leur ordre de grandeur en dynamique terrestre.

6. Thermodynamique

Présentation

Dans le cycle terminal de la filière S du lycée, les élèves ont été confrontés à la problématique des transferts d'énergie entre systèmes macroscopiques. L'énergie interne d'un système a été introduite puis reliée à la grandeur température *via* la capacité thermique dans le cas d'une phase condensée. Les élèves ont alors été amenés à se questionner sur le moyen de parvenir à une modification de cette énergie interne ce qui a permis d'introduire le premier principe et deux types de transferts énergétiques, le travail et le transfert thermique. Enfin, les élèves ont été sensibilisés à la notion d'irréversibilité en abordant le phénomène de diffusion thermique.

Cette partie se propose, en s'appuyant sur des exemples concrets, de poursuivre la description et l'étude de la matière à l'échelle macroscopique, afin d'aborder des applications motivantes. Les capacités identifiées doivent être introduites en s'appuyant dès que possible sur des dispositifs expérimentaux qui permettent ainsi leur acquisition progressive et authentique. Ces capacités se limitent à l'étude du corps pur subissant des transformations finies, excluant ainsi toute thermodynamique différentielle : le seul recours à une quantité élémentaire intervient lors de l'évaluation du travail algébriquement reçu par un système par intégration du travail élémentaire. En particulier, pour les bilans finis d'énergie, les expressions des fonctions d'état $U_m(T,V_m)$ et $H_m(T,P)$ seront données si le système ne relève pas du modèle gaz parfait ou du modèle de la phase condensée incompressible et indilatable. Pour les bilans finis d'entropie, l'expression de la fonction d'état entropie sera systématiquement donnée et on ne s'intéressera pas à sa construction.

S'agissant de l'application des principes de la thermodynamique aux machines thermiques avec écoulement stationnaire, il s'agit d'une introduction modeste : les étudiants doivent avoir compris pourquoi l'enthalpie intervient mais la démonstration n'est pas une capacité exigible ; il s'agit en revanche d'orienter l'enseignement de la thermodynamique vers des applications industrielles réelles motivantes grâce à l'utilisation de diagrammes.

On utilisera les notations suivantes : pour une grandeur extensive A, a sera la grandeur massique associée et A_m la grandeur molaire associée.

Objectifs généraux de formation

Il est essentiel de bien situer le niveau de ce cours de thermodynamique, en le considérant comme une introduction à un domaine complexe dont le traitement complet relève de la physique statistique, inabordable à ce stade. On s'attachera néanmoins, de façon prioritaire, à la rigueur des raisonnements mis en place (définition du système, lois utilisées…).

Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude ;
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation ;
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales ;
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Description macroscopique d'un système à l'équilibre	
Échelles microscopique et macroscopique.	Connaître l'ordre de grandeur de la constante d'Avogadro.
Système thermodynamique.	Identifier un système ouvert, un système fermé, un système isolé.
État d'équilibre d'un système soumis aux seules forces de pression. Pression, température, volume, équation d'état. Grandeur extensive, grandeur intensive. Exemples d'un gaz réel aux faibles pressions et d'une phase condensée peu compressible peu dilatable.	Comparer le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait sur des réseaux d'isothermes en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat. Connaître et utiliser l'équation d'état des gaz parfaits. Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique. Connaître quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température.
Energie interne d'un gaz parfait, capacité thermique à volume constant d'un gaz parfait.	Savoir que U_m=U_m(T) pour un gaz parfait. Citer l'expression de l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique.
Energie interne et capacité thermique à volume constant d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Savoir que U_m=U_m(T) pour une phase condensée incompressible et indilatable.
Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P,T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P,v), titre en vapeur.	Analyser un diagramme de phase expérimental (P,T). Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression. Positionner les phases dans les diagrammes (P,T) et (P,v). Interpréter graphiquement la différence de compressibilité entre un liquide et un gaz à partir d'isothermes expérimentales. Déterminer la composition d'un mélange diphasé

	en un point d'un diagramme (P,v). Expliquer la problématique du stockage des fluides.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Énergie échangée par un système au cours d'une transformation	
Transformation thermodynamique subie par un système.	Définir le système. Exploiter les conditions imposées par le milieu extérieur pour déterminer l'état d'équilibre final. Utiliser le vocabulaire usuel : évolutions isochore, isotherme, isobare, monobare, monotherme.
Travail des forces de pression. Transformations isochore, monobare.	Calculer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable. Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.
Transfert thermique. Transformation adiabatique. Thermostat, transformations monotherme et isotherme.	Identifier dans une situation expérimentale le ou les systèmes modélisables par un thermostat. Proposer de manière argumentée le modèle limite le mieux adapté à une situation réelle entre une transformation adiabatique et une transformation isotherme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Premier principe. Bilans d'énergie	
Premier principe de la thermodynamique : $\Delta U + \Delta E_c = Q + W$.	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail W et transfert thermique Q. Exploiter l'extensivité de l'énergie interne. Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du statut des termes d'échange. Calculer le transfert thermique Q sur un chemin donné connaissant le travail W et la variation de l'énergie interne ΔU. **Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une grandeur thermodynamique énergétique (capacité thermique, enthalpie de fusion...).**
Enthalpie d'un système. Capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	Exprimer l'enthalpie $H_m(T)$ du gaz parfait à partir de l'énergie interne. Comprendre pourquoi l'enthalpie H_m d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable peut être considérée comme une fonction de l'unique variable T.

	Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final. Connaître l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide.
Enthalpie associée à une transition de phase : enthalpie de fusion, enthalpie de vaporisation, enthalpie de sublimation.	Exploiter l'extensivité de l'enthalpie et réaliser des bilans énergétiques en prenant en compte des transitions de phases.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
4. Deuxième principe. Bilans d'entropie	
Deuxième principe : fonction d'état entropie, entropie créée, entropie échangée. $\Delta S = S_{ech} + S_{créé}$ avec $S_{ech} = \Sigma Q_i/T_i$.	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique. Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.
Variation d'entropie d'un système. Loi de Laplace. Cas particulier d'une transition de phase.	Utiliser l'expression fournie de la fonction d'état entropie. Exploiter l'extensivité de l'entropie. Connaître la loi de Laplace et ses conditions d'application. Connaître et utiliser la relation entre les variations d'entropie et d'enthalpie associées à une transition de phase : $\Delta h_{12}(T) = T\,\Delta s_{12}(T)$

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
5. Machines thermiques	
Application du premier principe et du deuxième principe aux machines thermiques cycliques dithermes : rendement, efficacité, théorème de Carnot.	Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme. Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme. Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot. Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.
Exemples d'études de machines thermodynamiques réelles à l'aide de diagrammes (p,h).	Utiliser le 1er principe dans un écoulement stationnaire sous la forme $h_2-h_1=w_u+q$, pour étudier une machine thermique ditherme.

7. Induction et forces de Laplace

Présentation

Cette partie est nouvelle pour les étudiants, puisque seule une approche descriptive du champ magnétique a fait l'objet d'une présentation en classe de première S. Cette partie s'appuie sur les nombreuses applications présentes dans notre environnement immédiat : boussole, moteur électrique, alternateur, transformateur, haut-parleur, plaques à induction, carte RFID... Il s'agit de restituer toute la richesse de ces applications dans un volume horaire modeste, ce qui limite les géométries envisagées et le formalisme utilisé. Le point de vue adopté cherche à mettre l'accent sur les phénomènes et sur la modélisation sommaire de leurs applications. L'étude sera menée à partir du flux magnétique en n'envisageant que des champs magnétiques uniformes à l'échelle de la taille des systèmes étudiés. Toute étude du champ électromoteur est exclue. L'induction et les forces de Laplace dans un circuit mobile sont introduites dans le cas d'un champ uniforme et stationnaire, soit dans le modèle des rails de Laplace, soit dans celui d'un cadre rectangulaire en rotation. Ce dernier modèle permet d'introduire la notion de dipôle magnétique et une analogie de comportement permet de l'étendre au cas de l'aiguille d'une boussole.

Le succès de cet enseignement au niveau de la classe de MPSI suppose le respect de ces limitations : cet enseignement n'est pas une étude générale des phénomènes d'induction. Corrélativement, l'enseignement de cette partie doit impérativement s'appuyer sur une démarche expérimentale authentique, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou d'activités expérimentales.

Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser les notions de champ de vecteurs et de flux d'un champ de vecteurs ;
- évaluer les actions d'un champ magnétique extérieur sur un circuit parcouru par un courant ou par analogie sur un aimant ;
- utiliser la notion de moment magnétique ;
- connaître ou savoir évaluer des ordres de grandeur ;
- analyser qualitativement les systèmes où les phénomènes d'induction sont à prendre en compte ;
- maîtriser les règles d'orientation et leurs conséquences sur l'obtention des équations mécaniques et électriques ;
- effectuer des bilans énergétiques ;
- connaître des applications relevant du domaine de l'industrie ou de la vie courante où les phénomènes d'induction sont présents et déterminants dans le fonctionnement des dispositifs ;
- mettre en œuvre des expériences illustrant la manifestation des phénomènes d'induction.

Le **bloc 1.** « **Champ magnétique** » vise à faire le lien avec le programme de la classe de première S et à permettre à l'étudiant de disposer des outils minimaux nécessaires ; l'accent est mis sur le concept de champ vectoriel, sur l'exploitation des représentations graphiques et sur la connaissance d'ordres de grandeur. Une étude plus approfondie de la magnétostatique sera conduite en seconde année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Champ magnétique	
Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.	Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources. Connaître l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue. Connaître des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
Moment magnétique.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane. Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique. Connaître un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.

Dans le **bloc 2.** « **Actions d'un champ magnétique** », le professeur est libre d'introduire la force de Laplace avec ou sans référence à la force de Lorentz. Il s'agit ici de se doter d'expressions opérationnelles pour étudier le mouvement dans un champ uniforme et stationnaire (soit d'une barre en translation, soit d'un moment magnétique en rotation modélisé par un cadre rectangulaire).

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Actions d'un champ magnétique	
Résultante et puissance des forces de Laplace s'exerçant sur une barre conductrice en translation rectiligne sur deux rails parallèles (rails de Laplace) dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre.	Connaître l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire. Évaluer la puissance des forces de Laplace.
Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.	Connaître l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.
Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d'équilibre et stabilité.	**Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole.**
Effet moteur d'un champ magnétique tournant.	**Créer un champ magnétique tournant à l'aide de deux ou trois bobines et mettre en rotation une aiguille aimantée.**

Le **bloc 3.** « **Lois de l'induction** » repose sur la loi de Faraday $e = -\frac{d\phi}{dt}$ qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue possibles sur le même phénomène selon le référentiel dans lequel on se place.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Lois de l'induction	
Flux d'un champ magnétique. Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	 Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
Loi de Faraday. Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit. Loi de modération de Lenz. Force électromotrice induite, loi de Faraday.	 **Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.** Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés. Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation.

Le **bloc 4.** « **Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps** » aborde le phénomène d'auto-induction puis le couplage par mutuelle inductance entre deux circuits fixes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps	
Auto-induction. Flux propre et inductance propre. Étude énergétique.	 Différencier le flux propre des flux extérieurs. Utiliser la loi de modération de Lenz. Évaluer et connaître l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par une bobine infinie étant donné. **Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.** Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
Cas de deux bobines en interaction. Inductance mutuelle entre deux bobines.	 Établir le système d'équations en régime sinusoïdal

Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.	forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents. Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.

Le **bloc 5. « Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire** » est centré sur la conversion de puissance. Des situations géométriques simples permettent de dégager les paramètres physiques pertinents afin de modéliser le principe d'un dispositif de freinage, puis par adjonction d'une force de rappel un haut-parleur électrodynamique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire	
<u>Conversion de puissance mécanique en puissance électrique.</u> Rail de Laplace. Spire rectangulaire soumise à un champ magnétique extérieur uniforme et en rotation uniforme autour d'un axe fixe orthogonal au champ magnétique.	Interpréter qualitativement les phénomènes observés. Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe. Effectuer un bilan énergétique. Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.
Freinage par induction.	Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples d'utilisation. **Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.**
<u>Conversion de puissance électrique en puissance mécanique.</u> Haut-parleur électrodynamique.	Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique dans la configuration simplifiée des rails de Laplace. Effectuer un bilan énergétique.

8. Architecture de la matière condensée : solides cristallins

L'existence des états cristallins et amorphes ainsi que la notion de transition allotropique, présentées au premier semestre dans la partie « Transformations de la matière », vont être réinvesties et approfondies dans cette partie.
Les éléments de description microscopique relatifs au « modèle du cristal parfait » sont introduits lors de l'étude des solides sur l'exemple de la maille cubique faces centrées (CFC), seule maille dont la connaissance est exigible. Cet ensemble d'outils descriptifs sera réinvesti pour étudier d'autres structures cristallines dont la constitution sera alors fournie à l'étudiant.

Aucune connaissance de mode de cristallisation pour une espèce donnée n'est exigible ; le professeur est libre de choisir les exemples de solides pertinents pour présenter les différents types de cristaux et montrer leur adéquation, plus ou moins bonne, avec le modèle utilisé.
En effet, l'objectif principal de l'étude des cristaux métalliques, covalents et ioniques est d'aborder une nouvelle fois la notion de modèle : les allers-retours entre le niveau macroscopique (solides de différentes natures) et la modélisation microscopique (cristal parfait) permettent de montrer les limites du modèle du cristal parfait et de confronter les prédictions faites avec ce modèle aux valeurs expérimentales mesurées sur le solide réel (rayons ioniques, masse volumique). Cette partie constitue une occasion de revenir sur les positions relatives des éléments dans la classification périodique, en lien avec la nature des interactions assurant la cohésion des édifices présentés, ainsi que sur les interactions intermoléculaires et la notion de solubilisation pour les solides ioniques et moléculaires.
À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Relier la position d'un élément dans le tableau périodique et la nature des interactions des entités correspondantes dans un solide ;
- Effectuer des liens entre différents champs de connaissance ;
- Appréhender la notion de limite d'un modèle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Modèle du cristal parfait	
Description du cristal parfait ; population, coordinence, compacité, masse volumique.	Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques. Déterminer la population, la coordinence et la compacité pour une structure fournie. Déterminer la valeur de la masse volumique d'un matériau cristallisé selon une structure cristalline fournie. Relier le rayon métallique, covalent, de van der Waals ou ionique, selon le cas, aux paramètres d'une maille donnée. **Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.**
Limites du modèle du cristal parfait.	Confronter des données expérimentales aux prévisions du modèle.
Métaux et cristaux métalliques Description des modèles d'empilement compact de sphères identiques.	Relier les caractéristiques de la liaison métallique (ordre de grandeur énergétique, non directionnalité) aux propriétés macroscopiques des métaux.
Maille conventionnelle cubique à faces centrées (CFC)	Localiser, dénombrer les sites tétraédriques et octaédriques d'une maille CFC et déterminer leur habitabilité. **Approche documentaire** : à partir de documents, découvrir quelques alliages, leurs propriétés et leurs utilisations.
Solides covalents et moléculaires	Relier les caractéristiques des liaisons covalentes, des interactions de van der Waals et des liaisons

	hydrogène (directionnalité ou non, ordre de grandeur des énergies mises en jeu) et les propriétés macroscopiques des solides correspondants.
Solides ioniques	Relier les caractéristiques de l'interaction ionique dans le cadre du modèle ionique parfait (ordre de grandeur de l'énergie d'interaction, non directionnalité, charge localisée) avec les propriétés macroscopiques des solides ioniques.

9. Transformations chimiques en solution aqueuse

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie et dans les processus environnementaux.
Un nombre considérable de développements technologiques (générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, traitement des eaux, méthodes d'analyse…) repose sur des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse. L'influence du milieu (pH, possibilité de formation de composés insolubles…) est primordiale dans la compréhension et la prévision des phénomènes mis en jeu.
L'objectif de cette partie est donc de présenter les différents types de réactions susceptibles d'intervenir en solution aqueuse, d'en déduire des diagrammes de prédominance ou d'existence d'espèces chimiques, notamment des diagrammes potentiel-pH et de les utiliser comme outil de prévision et d'interprétation des transformations chimiques quel que soit le milieu donné. Les conventions de tracé seront toujours précisées.

S'appuyant sur les notions de couple redox et de pile rencontrées au lycée, l'étude des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse est complétée par l'utilisation de la relation de Nernst (admise en première année) et de la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydo-réduction et les potentiels standard.

Afin de pouvoir étudier l'influence du milieu sur les espèces oxydantes ou réductrices effectivement présentes, les connaissances sur les réactions acido-basiques en solution aqueuse acquises au lycée sont réinvesties et complétées. Compte tenu des différentes conventions existantes, l'équation de la réaction correspondante est donnée dans chaque cas. Enfin, les phénomènes de précipitation et de dissolution, ainsi que la condition de saturation d'une solution aqueuse sont présentés.

Ces différentes transformations en solution aqueuse sont abordées en montrant bien qu'elles constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique. On montrera qu'il est ainsi possible d'analyser et de simplifier une situation complexe pour parvenir à la décrire rigoureusement et quantitativement, en l'occurrence dans le cas des solutions aqueuses par une réaction prépondérante. Il est cependant important de noter qu'on évite tout calcul inutile de concentration, en privilégiant l'utilisation des diagrammes pour valider le choix de la réaction mise en jeu. Dans ce cadre, aucune formule de calcul de pH n'est exigible.

Enfin, ~~l~~es diagrammes potentiel-pH sont présentés, puis superposés pour prévoir ou interpréter des transformations chimiques.

Les choix pédagogiques relatifs au contenu des séances de travail expérimental permettront de contextualiser ces enseignements.

Les dosages par titrage sont étudiés exclusivement en travaux pratiques. L'analyse des conditions choisies ou la réflexion conduisant à une proposition de protocole expérimental pour atteindre un objectif donné constituent des mises en situation des enseignements évoqués précédemment. La compréhension

des phénomènes mis en jeu dans les titrages est par ailleurs un outil pour l'écriture de la réaction prépondérante. Ces séances de travail expérimental constituent une nouvelle occasion d'aborder qualité et précision de la mesure.
À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Modéliser ou simplifier un problème complexe ;

- Utiliser différents outils graphique, numérique, analytique ;

- Repérer les informations ou paramètres importants pour la résolution d'un problème.

1. Réactions d'oxydo-réduction

Notions et contenus	Capacités exigibles
Oxydants et réducteurs	
Nombre d'oxydation. Exemples usuels : nom, nature et formule des ions thiosulfate, permanganate, dichromate, hypochlorite, du peroxyde d'hydrogène. Potentiel d'électrode, formule de Nernst, électrodes de référence. Diagrammes de prédominance ou d'existence.	Prévoir les nombres d'oxydation extrêmes d'un élément à partir de sa position dans le tableau périodique. Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple. Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrodes. Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.
Réactions d'oxydo-réduction	
Aspect thermodynamique. Dismutation et médiamutation.	Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction. **Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu des réactions d'oxydo-réduction.**

2. Réactions acide-base et de précipitation

Notions et contenus	Capacités exigibles
Réactions acido-basiques - constante d'acidité ; - diagramme de prédominance ; - exemples usuels d'acides et bases : nom, formule et nature – faible ou forte – des acides sulfurique, nitrique, chlorhydrique, phosphorique, acétique, de la soude, l'ion hydrogénocarbonate, l'ammoniac. . **Réactions de dissolution ou de précipitation** - constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité *K*s ; - solubilité et condition de précipitation ; - domaine d'existence ; - facteurs influençant la solubilité.	Déterminer la valeur de la constante d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes thermodynamiques sont connues. Retrouver les valeurs de constantes d'équilibre par lecture de courbes de distribution et de diagrammes de prédominance (et réciproquement). Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.

	Prévoir l'état de saturation ou de non saturation d'une solution, en solide. Exploiter des courbes d'évolution de la solubilité en fonction d'une variable. **Pratiquer une démarche expérimentale illustrant les transformations en solutions aqueuses.** **Approche documentaire** : à partir de documents autour du traitement d'effluents, dégager par exemple les méthodes de détection d'espèces (méthodes physiques ou chimiques), d'évaluation des concentrations, ou les procédés et transformations mis en jeu pour la séparation des espèces et la dépollution.

3. Diagrammes potentiel-pH

Notions et contenus	Capacités exigibles
Diagrammes potentiel-pH	
Principe de construction d'un diagramme potentiel-pH. Lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH Limite thermodynamique du domaine d'inertie électrochimique de l'eau.	Attribuer les différents domaines d'un diagramme fourni à des espèces données. Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH. Justifier la position d'une frontière verticale. Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition de diagrammes. Discuter de la stabilité des espèces dans l'eau. Prévoir la stabilité d'un état d'oxydation en fonction du pH du milieu. Prévoir une éventuelle dismutation ou médiamutation. Confronter les prévisions à des données expérimentales et interpréter d'éventuels écarts en termes cinétiques. **Mettre en œuvre une démarche expérimentale s'appuyant sur l'utilisation d'un diagramme potentiel-pH.**

Appendice 1 : matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

1. **Domaine optique**

- Goniomètre

- Viseur à frontale fixe
- Lunette auto-collimatrice
- Spectromètre à fibre optique
- Laser à gaz
- Lampes spectrales
- Source de lumière blanche à condenseur

2. Domaine électrique

- Oscilloscope numérique
- Carte d'acquisition et logiciel dédié
- Générateur de signaux Basse Fréquence
- Multimètre numérique
- Émetteur et récepteur acoustique (domaine audible et domaine ultrasonore)

3. **Domaines mécanique et thermodynamique**

- Dynamomètre
- Capteur de pression
- Accéléromètre
- Stroboscope
- Webcam avec logiciel dédié
- Appareil photo numérique ou caméra numérique avec cadence de prise de vue supérieure à 100 images par seconde
- Thermomètre, thermistance, capteur infrarouge
- Calorimètre

4. Chimie

- Verrerie classique de chimie analytique : burettes, pipettes jaugées et graduées, fioles jaugées, erlenmeyers, béchers, etc.
- pH-mètre et sondes de mesure
- Millivoltmètre et électrodes
- Conductimètre et sonde de mesure
- Sonde thermométrique
- Balance de précision

Appendice 2 : outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.
La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de la première année de MPSI. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin de première année. Il sera complété dans le programme de seconde année.
Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique ou formel).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
1. Équations algébriques	
Systèmes linéaires de n équations à p inconnues.	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas n = p = 2. Utiliser des outils numériques ou de calcul formel dans les autres cas.

Équations non linéaires.	Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$. Interpréter graphiquement la ou les solutions. Dans le cas général, résoudre à l'aide d'un outil numérique ou de calcul formel.

Outils mathématiques	**Capacités exigibles**
2. Équations différentielles	
Equations différentielles linéaires à coefficients constants. Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$. Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$.	Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique. Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A.\cos(\omega x+\varphi)$ (en utilisant la notation complexe). Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A.\exp(\lambda x)$ avec λ complexe. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x'' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.

Outils mathématiques	**Capacités exigibles**
3. Fonctions	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithmes népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ($x \rightarrow x^a$), cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique.
Dérivée. Notation dx/dt. Développements limités.	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement. Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1 + x)^\alpha$, e^x et $\ln(1 + x)$, et $\sin(x)$, et à l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$.
Primitive et intégrale. Valeur moyenne.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques. Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une

	intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, $\cos^2$ et $\sin^2$.
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation y = f(x) donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni par un formulaire (cette capacité est développée par le professeur de physique, la notion de série de Fourier n'étant pas abordée dans le cours de mathématiques).

Outils mathématiques	**Capacités exigibles**
4. Géométrie	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres. Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace. Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Courbes planes.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une ellipse, d'une branche d'hyperbole, d'une parabole (concernant les coniques, cette capacité est développée par le professeur de physique, l'étude des coniques n'étant pas traitée en mathématiques). Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation r = f(θ).

Courbes planes paramétrées.	Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur. Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique ($x = a.\cos(\omega t)$, $y = b.\cos(\omega t-\varphi)$) et la tracer dans les cas particuliers $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$ et $\varphi = \pi$.
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points.	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. Cette capacité sera développée par le professeur de physique, l'étude du barycentre n'étant pas traitée en mathématiques.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
5. Trigonométrie	
Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos(\frac{\pi}{2} \pm x)$, parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels. Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.

Annexe 3

Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI) – Mathématiques et physique (MP)**

Discipline : **Sciences industrielles de l'ingénieur**

Première et seconde années

PROGRAMME DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR DANS LA FILIÈRE MPSI - MP

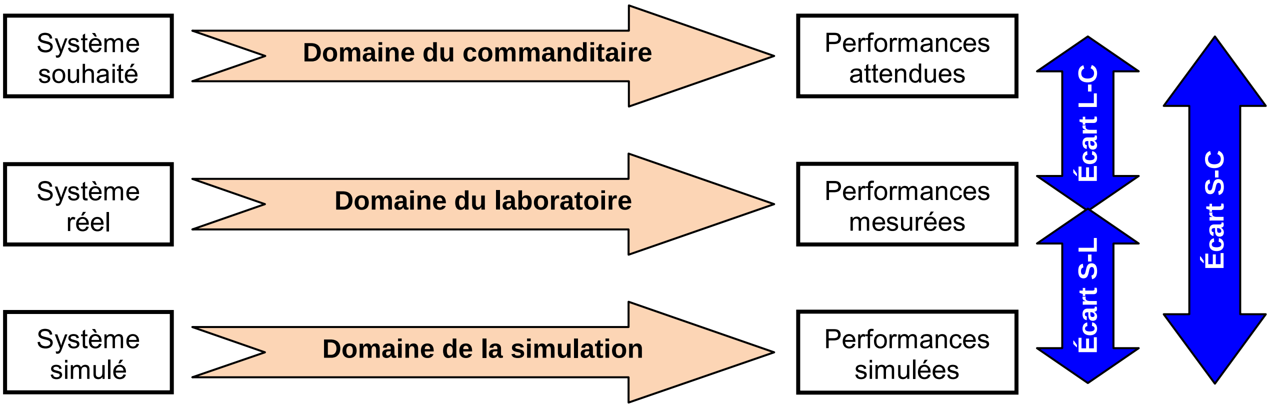
Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur dans la filière MPSI - MP s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

1. OBJECTIFS DE FORMATION

1.1. Finalités

La complexité des systèmes et leur développement dans un contexte économique et écologique contraint requièrent des ingénieurs et des scientifiques ayant des compétences scientifiques et technologiques de haut niveau, capables d'innover, de prévoir et maîtriser les performances de ces systèmes.
Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans la préparation des élèves à l'adaptabilité, la créativité et la communication nécessaires dans les métiers d'ingénieurs, de chercheurs et d'enseignants

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur a pour objectif d'aborder la démarche de l'ingénieur qui permet, en particulier :
- de conduire l'analyse fonctionnelle, structurelle et comportementale d'un système pluritechnologique ;
- de vérifier les performances attendues d'un système, par l'évaluation de l'écart entre un cahier des charges et des réponses expérimentales ;
- de proposer et de valider des modèles d'un système à partir d'essais, par l'évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances calculées ou simulées ;
- de prévoir les performances d'un système à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances calculées ou simulées et les performances attendues au cahier des charges ;
- d'analyser ces écarts et de proposer des solutions en vue d'une amélioration des performances.



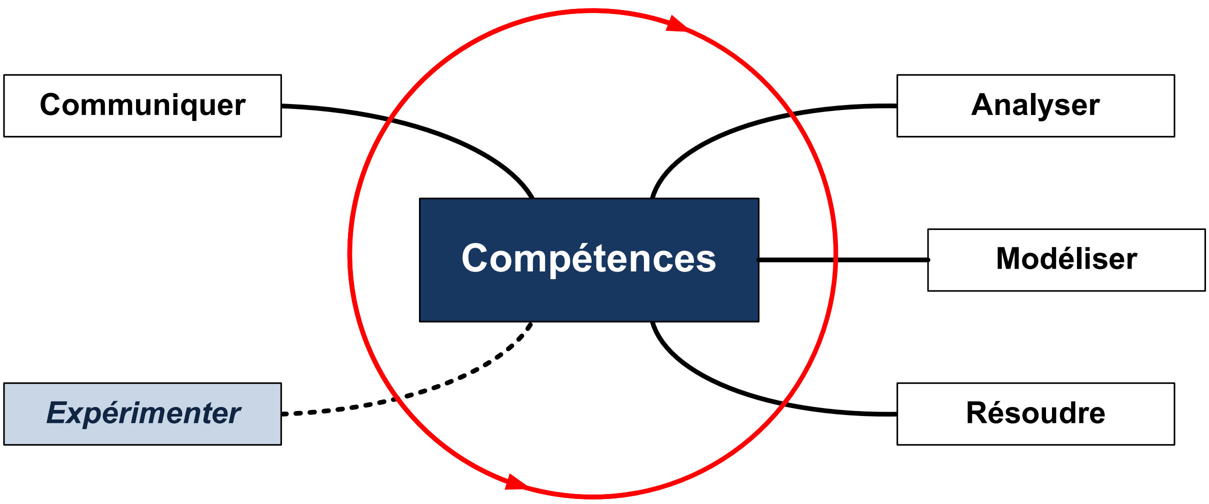
L'identification et l'analyse des écarts présentés mobilisent des compétences transversales qui sont développées en sciences industrielles de l'ingénieur, mais aussi en mathématiques et en sciences physiques. Les sciences industrielles de l'ingénieur constituent donc un vecteur de coopération interdisciplinaire et participent à la poursuite d'études dans l'enseignement supérieur.

Dans la filière MPSI-MP, les résultats expérimentaux et simulés sont fournis en l'absence d'activités pratiques.
Seuls les élèves de MPSI qui choisissent l'option sciences de l'ingénieur sont sensibilisés aux démarches expérimentales et à la simulation numérique.
Les systèmes complexes pluritechnologiques étudiés relèvent de grands secteurs technologiques : transport, énergie, production, bâtiment, santé, communication, environnement. Cette liste n'est pas exhaustive et les enseignants ont la possibilité de s'appuyer sur d'autres domaines qu'ils jugent pertinents. En effet, les compétences développées dans le programme sont transposables à l'ensemble des secteurs industriels.

Les technologies de l'information et de la communication sont systématiquement mises en œuvre dans l'enseignement. Elles accompagnent toutes les activités proposées et s'inscrivent naturellement dans le contexte collaboratif d'un environnement numérique de travail (ENT).

1.2. Objectifs généraux

À partir de systèmes industriels placés dans leur environnement technico-économique, la carte heuristique ci-dessous présente l'organisation du programme qui est décliné en compétences associées à des connaissances et savoir-faire (expérimenter est spécifique à l'option sciences de l'ingénieur) :



Les compétences développées en sciences industrielles de l'ingénieur forment un tout cohérent, en relation directe avec la réalité industrielle qui entoure l'élève. Couplées à la démarche de l'ingénieur, elles le sensibilisent aux travaux de recherche, de développement et d'innovation.

Analyser permet des études fonctionnelles, structurelles et comportementales des systèmes conduisant à la compréhension de leur fonctionnement et à une justification de leur architecture. Cette approche permet de fédérer et assimiler les connaissances présentées dans l'ensemble des disciplines scientifiques de classes préparatoires aux grandes écoles.

Modéliser permet de proposer, après la formulation d'hypothèses, une représentation graphique, symbolique ou équationnelle pour comprendre le fonctionnement, la structure et le comportement d'un système réel.

Résoudre permet de donner la démarche pour atteindre de manière optimale un résultat. La résolution est analytique.

Communiquer permet de décrire, avec les outils de la communication technique et l'expression scientifique et technologique adéquate, le fonctionnement, la structure et le comportement des systèmes.

Pour les élèves qui choisissent l'option sciences de l'ingénieur, les deux compétences suivantes sont abordées.

Expérimenter permet d'appréhender le comportement des systèmes, de mesurer, d'évaluer et de modifier les performances.

Résoudre permet d'utiliser la simulation pour prévoir les performances de systèmes complexes en s'affranchissant de la maîtrise d'outils mathématiques spécifiques.

1.3. Usage de la liberté pédagogique

Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses élèves, qui met fondamentalement en exergue sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. La liberté pédagogique de l'enseignant peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation de l'ingénieur et du scientifique.

Globalement, dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux principes :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activités des élèves en évitant le dogmatisme ; l'acquisition de connaissances et de savoir-faire est d'autant plus efficace que les élèves sont acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La détermination des problématiques, alliée à un temps approprié d'échanges, favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il doit recourir à la mise en contexte des connaissances, des savoir-faire et des systèmes étudiés ; les sciences industrielles de l'ingénieur et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées ; l'enseignant de sciences industrielles de l'ingénieur est ainsi conduit naturellement à recontextualiser son enseignement pour rendre la démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

2. PROGRAMME

Pour assurer la cohérence du programme, la totalité de l'enseignement est assurée par un même professeur sur chaque année de formation.
Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur introduit des compétences fondamentales pour l'ingénieur et le scientifique. Celles-ci forment un tout que l'enseignant organise en fonction des connaissances et savoir-faire exigibles.
Le programme est élaboré en s'inspirant de l'approche projet, sans pour autant prétendre former les élèves à la conduite de projets.

La diversité des outils existants pour décrire les systèmes pluritechnologiques rend difficile la communication et la compréhension au sein d'une équipe regroupant des spécialistes de plusieurs disciplines. Il est indispensable d'utiliser des outils compréhensibles par tous et compatibles avec les spécificités de chacun.

Le langage de modélisation SysML (System Modeling Language) s'appuie sur une description graphique des systèmes et permet d'en représenter les constituants, les programmes, les flux d'information et d'énergie.
L'adoption de ce langage en classes préparatoires, situées en amont des grandes écoles, permet de répondre au besoin de modélisation à travers un langage unique. Il intègre la double approche structurelle et comportementale des systèmes représentatifs du triptyque matière - énergie - information.
Le langage SysML permet de décrire les systèmes selon différents points de vue cohérents afin d'en permettre la compréhension et l'analyse. Les diagrammes SysML remplacent les outils de description fonctionnelle et comportementale auparavant utilisés.
Les diagrammes SysML sont présentés uniquement à la lecture. La connaissance de la syntaxe du langage SysML n'est pas exigible.

Le programme est organisé selon la structure ci-dessous. Le séquencement proposé n'a pas pour objet d'imposer une chronologie dans l'étude du programme. Celui-ci est découpé en quatre semestres.
Il sera fait appel, chaque fois que nécessaire, à une étude documentaire destinée à analyser et à traiter l'information relative à la problématique choisie.

- **Analyser**
    - Identifier le besoin et les exigences
    - Définir les frontières de l'analyse
    - Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle
    - Caractériser des écarts
    - Apprécier la pertinence et la validité des résultats

- **Modéliser**
    - Identifier et caractériser les grandeurs physiques
    - Proposer un modèle de connaissance et de comportement
    - Valider un modèle

- **Résoudre**
    - Proposer une démarche de résolution
    - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique
    - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique

- **Communiquer**
    - Rechercher et traiter des informations
    - Mettre en œuvre une communication

- **Expérimenter**
    - S'approprier le fonctionnement d'un système pluritechnologique
    - Proposer et justifier un protocole expérimental
    - Mettre en œuvre un protocole expérimental

La progression pédagogique est laissée à l'initiative des professeurs. Les tableaux ci-dessous ne définissent pas une chronologie dans la mise en œuvre du programme. Celui-ci est découpé en quatre semestres.

Lorsqu'une connaissance et le(s) savoir-faire associé(s) sont positionnés au semestre Si, cela signifie :
- qu'ils doivent être acquis en fin de semestre Si ;
- qu'ils ont pu être introduits au cours des semestres précédents ;
- qu'ils peuvent être utilisés aux semestres suivants.

A – Analyser

A1 Identifier le besoin et les exigences

Connaissances	Savoir-faire	1re année	2e année
Cahier des charges : - diagramme des exigences - diagramme des cas d'utilisation	Décrire le besoin Traduire un besoin fonctionnel en exigences Présenter la fonction globale Définir les domaines d'application, les critères technico-économiques Identifier les contraintes Identifier et caractériser les fonctions Qualifier et quantifier les exigences (critère, niveau)	S1	
Commentaires *Les diagrammes SysML sont présentés uniquement à la lecture.* *La connaissance de la syntaxe du langage SysML n'est pas exigible.*			
Impact environnemental	Évaluer l'impact environnemental (matériaux, énergies, nuisances)	S1	
Commentaires *Il s'agit de sensibiliser les élèves au développement durable.*			

A2 Définir les frontières de l'analyse

Connaissances	Savoir-faire	1re année	2e année
Frontière de l'étude Milieu extérieur	Isoler un système et justifier l'isolement Définir les éléments influents du milieu extérieur	S2	
Flux échangés	Identifier la nature des flux échangés (matière, énergie, information) traversant la frontière d'étude	S2	

A3 Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle

Au premier semestre, les analyses fonctionnelles et structurelles seront limitées à la lecture. Elles permettent à l'élève d'appréhender la complexité du système étudié et de décrire les choix technologiques effectués par le constructeur. Au terme du second semestre, l'élève ayant choisi l'option SI devra être capable de proposer un outil de description du système étudié.

Connaissances	Savoir-faire	1re année	2e année
Architectures fonctionnelle et structurelle : - diagrammes de définition de blocs - chaîne directe - système asservi - commande	Analyser les architectures fonctionnelle et structurelle Identifier les fonctions des différents constituants Identifier la structure d'un système asservi : chaine directe, capteur, commande, consigne, comparateur, correcteur Identifier et positionner les perturbations Différencier régulation et poursuite	S1	
	Repérer les constituants dédiés aux fonctions d'un système	Option SI	
Commentaires *Il faut insister sur la justification de l'asservissement par la présence de perturbations*			
Chaîne d'information et d'énergie : - diagramme de blocs internes - diagramme paramétrique	Identifier et décrire la chaîne d'information et la chaine d'énergie du système Identifier les liens entre la chaîne d'énergie et la chaine d'information Identifier les constituants de la chaîne d'information	S1	

	réalisant les fonctions acquérir, coder, communiquer, mémoriser, restituer, traiter Identifier les constituants de la chaîne d'énergie réalisant les fonctions agir, alimenter, convertir, moduler, transmettre, stocker		
	Identifier les constituants de la chaîne d'information réalisant les fonctions acquérir, coder, communiquer, mémoriser, restituer, traiter Identifier les constituants de la chaîne d'énergie réalisant les fonctions agir, alimenter, convertir, moduler, transmettre, stocker	Option SI	
	Vérifier l'homogénéité et la compatibilité des flux entre les différents constituants Identifier la nature et les caractéristiques des flux échangés		S4
Commentaires *Cette description permet de construire une culture de solutions industrielles.*			
Systèmes à événements discrets : - diagramme de séquences - diagramme d'états	Interpréter tout ou partie de l'évolution temporelle d'un système	S2	

A4 Caractériser des écarts

La caractérisation des écarts est essentielle et commence dès le premier semestre.

Connaissances	Savoir-faire	1re année	2e année
Identification des écarts	Extraire du cahier des charges les grandeurs pertinentes Exploiter et interpréter les résultats d'un calcul ou d'une simulation		S4
	Traiter des données de mesures et en extraire les caractéristiques statistiques	Option SI	
Commentaires *Il faut insister sur la pertinence du choix des grandeurs à évaluer.*			
Quantification des écarts	Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs mesurées Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs obtenues par simulation Quantifier des écarts entre des valeurs mesurées et des valeurs obtenues par simulation		S4
Commentaires *Les résultats simulés et expérimentaux sont fournis.*			
Interprétation des écarts obtenus	Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les valeurs souhaitées du cahier des charges Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés		S4
	Vérifier la cohérence des résultats d'expérimentation avec les valeurs souhaitées du cahier des charges Vérifier la cohérence du modèle choisi avec des résultats d'expérimentation	Option SI	

A5 Apprécier la pertinence et la validité des résultats

L'évaluation de la pertinence des résultats commence dès le premier semestre.

Connaissances	Savoir-faire	1re année	2e année
Grandeurs utilisées : - unités du système international - homogénéité des grandeurs	Utiliser des symboles et des unités adéquates Vérifier l'homogénéité des résultats	S1	
Ordres de grandeur	Prévoir l'ordre de grandeur Identifier des valeurs erronées Valider ou proposer une hypothèse		S4

B – Modéliser

B1 Identifier et caractériser les grandeurs physiques

En fonction de la complexité des grandeurs physiques utilisées, celles-ci seront données au semestre 1 et exigées au semestre 2.

Connaissances	Savoir-faire	1re année	2e année
Caractéristiques des grandeurs physiques : - nature physique - caractéristiques fréquentielles - caractéristiques temporelles	Qualifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un système isolé Identifier la nature (grandeur effort, grandeur flux) Décrire l'évolution des grandeurs	S2	
Commentaires *Le point de vue de l'étude conditionne le choix de la grandeur d'effort ou de la grandeur de flux à utiliser.* *La dualité temps-fréquence est mise en évidence.*			
Flux de matière Flux d'information	Qualifier la nature des matières, quantifier les volumes et les masses Identifier la nature de l'information et la nature du signal	S2	
Énergie Puissance Rendement	Associer les grandeurs physiques aux échanges d'énergie et à la transmission de puissance Identifier les pertes d'énergie Évaluer le rendement d'une chaine d'énergie en régime permanent Déterminer la puissance des actions mécaniques extérieures à un solide ou à un ensemble de solides, dans son mouvement rapport à un autre solide Déterminer la puissance des actions mécaniques intérieures à un ensemble de solides		S3
Commentaires *La puissance est toujours égale au produit d'une grandeur « effort » (force, couple, pression, tension électrique, température) par une grandeur « flux » (vitesse, vitesse angulaire, débit volumique, intensité du courant, flux d'entropie).*			

B2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement

<table>
<tr><th>Connaissances</th><th>Savoir-faire</th><th>1re année</th><th>2e année</th></tr>
<tr><td>Chaine d’énergie et d'information</td><td>Construire un modèle multiphysique simple
Définir les paramètres du modèle</td><td>Option SI</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Commentaires
Un logiciel de modélisation acausale sera privilégié pour la modélisation des systèmes multiphysiques.</td></tr>
<tr><td>Systèmes linéaires continus et invariants :
- modélisation par équations différentielles
- calcul symbolique
- fonction de transfert ; gain, ordre, classe, pôles et zéros</td><td>Déterminer les fonctions de transfert à partir d’équations physiques (modèle de connaissance)</td><td>S1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Commentaires
L’utilisation de la transformée de Laplace ne nécessite aucun prérequis. Sa présentation se limite à son énoncé et aux propriétés du calcul symbolique strictement nécessaires à ce cours. Les théorèmes de la valeur finale de la valeur initiale et du retard sont donnés sans démonstration.</td></tr>
<tr><td>Signaux canoniques d’entrée :
- impulsion
- échelon
- rampe
- signaux sinusoïdaux</td><td>Caractériser les signaux canoniques d’entrée</td><td>S1</td><td></td></tr>
<tr><td>Schéma-bloc :
- fonction de transfert en chaîne directe
- fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée</td><td>Analyser ou établir le schéma-bloc du système
Déterminer les fonctions de transfert</td><td>S1</td><td></td></tr>
<tr><td>Linéarisation des systèmes non linéaires</td><td>Linéariser le modèle autour d’un point de fonctionnement</td><td></td><td>S3</td></tr>
<tr><td>Modèles de comportement</td><td>Renseigner les paramètres caractéristiques d’un modèle de comportement (premier ordre, deuxième ordre, dérivateur, intégrateur, gain, retard)</td><td>S1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Commentaires
Un modèle de comportement est associé à une réponse expérimentale donnée.</td></tr>
<tr><td>Solide indéformable :
- définition
- référentiel, repère
- équivalence solide/référentiel
- degrés de liberté
- vecteur-vitesse angulaire de deux référentiels en mouvement l’un par rapport à l’autre</td><td>Paramétrer les mouvements d’un solide indéformable
Associer un repère à un solide
Identifier les degrés de liberté d’un solide par rapport à un autre solide</td><td>S1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Commentaires
Le paramétrage avec les angles d’Euler ou les angles de roulis, de tangage et de lacet est présenté, mais la maitrise de ces angles n’est pas exigible.</td></tr>
</table>

Modélisation plane	Préciser et justifier les conditions et les limites de la modélisation plane	S2	
Torseur cinématique	Déterminer le torseur cinématique d'un solide par rapport à un autre solide	S2	
Commentaires *Seuls les éléments essentiels de la théorie des torseurs - opérations, invariants, axe central, couple et glisseur – sont présentés.*			
Centre d'inertie Opérateur d'inertie Matrice d'inertie Torseur cinétique Torseur dynamique Énergie cinétique	Déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide		S3
Commentaires *Les calculs des éléments d'inertie (matrice d'inertie, centre d'inertie) ne donnent pas lieu à évaluation.* *La relation entre la forme de la matrice d'inertie et la géométrie de la pièce est exigible.*			
Actions mécaniques : - modélisation locale, actions à distance et de contact - modélisation globale, torseur associé - lois de Coulomb ; adhérence et glissement - résistance au roulement et au pivotement	Associer un modèle à une action mécanique Déterminer la relation entre le modèle local et le modèle global	S2	
Liaisons : - géométrie des contacts entre deux solides - définition du contact ponctuel entre deux solides : roulement, pivotement, glissement, condition cinématique de maintien du contact - définition d'une liaison - liaisons normalisées entre solides, caractéristiques géométriques et repères d'expression privilégiés - torseur cinématique des liaisons normalisées - torseur des actions mécaniques transmissibles dans les liaisons normalisées - associations de liaisons en série et en parallèle - liaisons cinématiquement équivalentes	Proposer une modélisation des liaisons avec une définition précise de leurs caractéristiques géométriques Associer le paramétrage au modèle retenu Associer à chaque liaison son torseur cinématique Associer à chaque liaison son torseur d'actions mécaniques transmissibles	S2	
Commentaires *L'analyse des surfaces de contact entre deux solides et de leur paramétrage associé permet de mettre en évidence les degrés de mobilités entre ces solides.* *Les normes associées aux liaisons usuelles seront fournies.* *Les conditions et les limites de la modélisation plane sont précisées et justifiées.*			

Systèmes logiques : - codage de l'information - binaire naturel, binaire réfléchi - représentation hexadécimale - table de vérité - opérateurs logiques fondamentaux (ET, OU, NON)	Coder une information Exprimer un fonctionnement par des équations logiques	S2	
Commentaires *La table de vérité est réservée à la représentation de systèmes logiques, mais elle ne sera pas utilisée pour la simplification des équations logiques.*			
Systèmes à événements discrets Chronogramme	Représenter tout ou partie de l'évolution temporelle	S2	
Structures algorithmiques : - variables - boucles, conditions, transitions conditionnelles	Décrire et compléter un algorithme représenté sous forme graphique	S2	
Commentaires *La présentation graphique permet de s'affranchir d'un langage de programmation spécifique.*			

B3 Valider un modèle

Connaissances	Savoir-faire	1re année	2e année
Pôles dominants et réduction de l'ordre du modèle : - principe - justification	Réduire l'ordre de la fonction de transfert selon l'objectif visé, à partir des pôles dominants qui déterminent la dynamique asymptotique du système		S3
Grandeurs influentes d'un modèle	Déterminer les grandeurs influentes Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser l'écart entre les résultats simulés et les réponses mesurées	Option SI	

C – Résoudre

C1 Proposer une démarche de résolution

Connaissances	Savoir-faire	1re année	2e année
Chaînes de solides : - principe fondamental de la dynamique - théorème de l'énergie cinétique	Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement Proposer une méthode permettant la détermination d'une inconnue de liaison Choisir une méthode pour déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre		S3
Commentaires *Le principe fondamental de la statique est proposé comme un cas particulier du principe fondamental de la dynamique.*			

C2 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique

<table>
<tr><th>Connaissances</th><th>Savoir-faire</th><th>1re année</th><th>2e année</th></tr>
<tr><td>Réponses temporelle et fréquentielle :
- systèmes du 1er et du 2e ordre
- intégrateur</td><td>Déterminer la réponse temporelle
Déterminer la réponse fréquentielle
Tracer le diagramme asymptotique de Bode</td><td>S1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Commentaires
Seule la connaissance de la réponse temporelle à un échelon est exigible. Seul le diagramme de Bode est au programme.</td></tr>
<tr><td>Stabilité des SLCI :
- définition entrée bornée - sortie bornée (EB-SB)
- équation caractéristique
- position des pôles dans le plan complexe
- marges de stabilité (de gain et de phase)</td><td>Analyser la stabilité d'un système à partir de l'équation caractéristique
Déterminer les paramètres permettant d'assurer la stabilité du système
Relier la stabilité aux caractéristiques fréquentielles</td><td></td><td>S3</td></tr>
<tr><td colspan="4">Commentaires
La définition de la stabilité est faite au sens : entrée bornée - sortie bornée (EB - SB).
Il faut insister sur le fait qu'un système perturbé conserve la même équation caractéristique dans le cas de perturbations additives.</td></tr>
<tr><td>Rapidité des SLCI :
- temps de réponse à 5 %
- bande passante</td><td>Prévoir les performances en termes de rapidité
Relier la rapidité aux caractéristiques fréquentielles</td><td>S1</td><td></td></tr>
<tr><td>Précision des SLCI :
- erreur en régime permanent
- influence de la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte</td><td>Déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation)
Relier la précision aux caractéristiques fréquentielles</td><td></td><td>S3</td></tr>
<tr><td colspan="4">Commentaires
Il faut insister sur la nécessité de comparer des grandeurs homogènes, par exemple la nécessité d'adapter la sortie et sa consigne.
L'erreur est la différence entre la valeur de la consigne et celle de sortie.</td></tr>
<tr><td>Correction</td><td>Déterminer les paramètres d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase</td><td></td><td>S3</td></tr>
<tr><td colspan="4">Commentaires
Les relations entre les paramètres de réglage sont fournies.</td></tr>
<tr><td>Loi entrée – sortie géométrique</td><td>Déterminer la loi entrée - sortie géométrique d'une chaîne cinématique</td><td>S2</td><td></td></tr>
<tr><td>Dérivée temporelle d'un vecteur par rapport à un référentiel
Relation entre les dérivées temporelles d'un vecteur par rapport à deux référentiels distincts
Loi entrée – sortie cinématique
Composition des vitesses angulaires
Composition des vitesses</td><td>Déterminer les relations de fermeture de la chaine cinématique
Déterminer la loi entrée - sortie cinématique d'une chaine cinématique</td><td>S2</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Commentaires
Pour la dérivée d'un vecteur, on insiste sur la différence entre référentiel d'observation et éventuelle base d'expression du résultat.
La maitrise des méthodes graphiques n'est pas exigible.</td></tr>
</table>

Principe fondamental de la statique Équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides Théorème des actions réciproques Modèles avec frottement : arc-boutement	Déterminer les inconnues de liaison Déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre (par exemple l'arc-boutement)	S2	
Commentaires *Le principe fondamental de la statique est proposé comme un cas particulier du principe fondamental de la dynamique.* *L'étude des conditions d'équilibre pour les mécanismes qui présentent des mobilités constitue une première sensibilisation au problème de recherche des équations de mouvement étudié en seconde année.* *Les conditions et les limites de la modélisation plane sont précisées et justifiées.* *La maitrise des méthodes graphiques n'est pas exigible.*			
Principe fondamental de la dynamique Conditions d'équilibrage statique et dynamique	Déterminer les inconnues de liaison ou les efforts extérieurs spécifiés dans le cas où le mouvement est imposé Déterminer la loi du mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus		S3
Commentaires *Le modèle utilisé est isostatique.*			
Inertie équivalente Théorème de l'énergie cinétique ou théorème de l'énergie/puissance	Déterminer la loi du mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus		S4

C3 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique

Connaissances	**Savoir-faire**	**1re année**	**2e année**
Paramètres de résolution numérique : - durée de calcul - pas de calcul	Choisir les valeurs des paramètres de la résolution numérique	Option SI	
Grandeurs simulées	Choisir les grandeurs physiques tracées	Option SI	
Commentaires *Le choix des grandeurs analysées doit être en lien avec les performances à vérifier.*			

D – Communiquer

D1 Rechercher et traiter des informations

Connaissances	Savoir-faire	1^{re} année	2^{e} année
Informations techniques	Extraire les informations utiles d'un dossier technique	S2	
Schémas cinématique, électrique, hydraulique et pneumatique	Lire et décoder un schéma		S4
Commentaires *Les normes de représentation des schémas sont fournies.*			
Langage SysML	Lire et décoder un diagramme	S2	
Commentaires *Les normes de représentation du langage SysML sont fournies et la connaissance de la syntaxe n'est pas exigible.*			

D2 Mettre en œuvre une communication

Connaissances	Savoir-faire	1^{re} année	2^{e} année
Outils de communication	Choisir les outils de communication adaptés par rapport à l'interlocuteur Faire preuve d'écoute et confronter des points de vue Présenter les étapes de son travail Présenter de manière argumentée une synthèse des résultats	Option SI	
Commentaires *Les outils de communication sont découverts au travers des activités expérimentales.*			
Langage technique	Décrire le fonctionnement du système en utilisant un vocabulaire adéquat		S4
Schémas cinématique, électrique	Réaliser un schéma cinématique Réaliser un schéma électrique	S2	
Commentaires *Les normes de représentation sont fournies.*			

E – Expérimenter

Cette partie ne concerne que les élèves qui choisissent l'option sciences de l'ingénieur en première année.

E1 S'approprier le fonctionnement d'un système pluritechnologique

Connaissances	Savoir-faire	1^{re} année	2^{e} année
Chaine d'énergie	Repérer les différents constituants de la chaine d'énergie	Option SI	
Chaine d'information	Repérer les différents constituants de la chaine d'information	Option SI	
Paramètres influents	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système Mettre en évidence l'influence des paramètres sur les performances du système	Option SI	
Commentaires *Les activités expérimentales permettent d'appréhender les incompatibilités entre les exigences de performances.*			

E2 Proposer et justifier un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	1re année	2e année
Modèles de comportement d'un système	Prévoir l'allure de la réponse attendue Prévoir l'ordre de grandeur de la mesure	Option SI	
Protocoles expérimentaux	Choisir les configurations matérielles du système en fonction de l'objectif visé Choisir la grandeur physique à mesurer ou justifier son choix Choisir les entrées à imposer pour identifier un modèle de comportement	Option SI	

E3 Mettre en œuvre un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	1re année	2e année
Règles de sécurité élémentaires	Mettre en œuvre un système complexe en respectant les règles de sécurité	Option SI	
Commentaires *Les règles de sécurité sont découvertes au travers des activités expérimentales.*			
Paramètres de configuration du système	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système	Option SI	
Routines, procédures Systèmes logiques à événements discrets	Générer un programme et l'implanter dans le système cible	Option SI	
Modèles de comportement	Extraire les grandeurs désirées et les traiter	Option SI	
Identification temporelle d'un modèle de comportement	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle du premier ordre ou du deuxième ordre à partir de sa réponse indicielle	Option SI	
Commentaires *Les abaques nécessaires à l'identification sont fournis.*			
Identification fréquentielle d'un modèle de comportement	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle de comportement à partir de sa réponse fréquentielle Associer un modèle de comportement (premier ordre, deuxième ordre, intégrateur, gain) à partir de sa réponse fréquentielle	Option SI	
Commentaires *D'un point de vue fréquentiel, seul le diagramme de Bode est développé pour l'identification d'un modèle de comportement.*			